

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM  
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

# Idő szerint torzított kartogramok készítésének automatizálása

SZAKDOLGOZAT

FÖLDTUDOMÁNYI ALAPSZAK

KÉSZÍTETTE:

Barancsuk Ádám

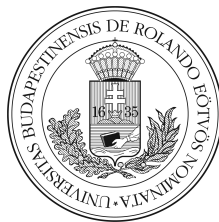
térképész és geoinformatikus szakirányú hallgató

TÉMAVEZETŐ:

José Jesús Reyes Nuñez

egyetemi docens

ELTE Térképtudományi és Geoinformatikai Tanszék



Budapest, 2013

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezetés</b>	<b>1</b>
1.1. A témaválasztás indoklása . . . . .	1
1.2. A kartogram-módszer a térképészetben . . . . .	1
1.3. Torzított kartogramok . . . . .	2
1.3.1. A torzított kartogram módszer definíciója, elnevezései . . . . .	2
1.3.2. A torzított kartogramok történeti áttekintése . . . . .	3
1.4. Idő szerint torzított kartogramok . . . . .	6
1.4.1. Az idő szerint torzított kartogramok definíciója és elnevezései . . . . .	6
1.4.2. Az idő szerint torzított kartogramok típusai . . . . .	9
<b>2. Idő szerint torzított kartogramok létrehozása számítógéppel</b>	<b>11</b>
2.1. A többdimenziós skálázás . . . . .	11
2.1.1. A többdimenziós skálázás típusai . . . . .	12
2.1.2. A nemmetrikus MDS matematikai modellje az időtér-térképezés példáján keresztül . . . . .	13
2.2. Algoritmusok idő szerint torzított kartogramok készítéséhez . . . . .	15
2.2.1. MARCHAND, 1973 . . . . .	15
2.2.2. EWING és WOLFE, 1977 . . . . .	15
2.2.3. SPIEKERMANN és WEGENER, 1994 . . . . .	16
2.2.4. DENAIN és LANGLOIS, 1998 . . . . .	18
2.2.5. SHIMIZU és INOUE, 2003 . . . . .	18
2.2.6. AHMED és MILLER, 2007 . . . . .	19
2.2.7. HONG és BIAN, 2008 . . . . .	19
2.2.8. KAISER és WALSH, 2010 . . . . .	20
2.3. Az általánosan kiválasztott algoritmus ismertetése . . . . .	22
2.3.1. Az algoritmus matematikai modellje . . . . .	22
2.3.2. Az algoritmus módosítása: az irányszögek megőrzése . . . . .	24
<b>3. Az implementáció bemutatása</b>	<b>27</b>
3.1. A választott szoftverkörnyezet bemutatása és indoklása . . . . .	27
3.1.1. Fejlesztőkörnyezet . . . . .	27
3.1.2. A térképi adatok forrása: OpenStreetMap . . . . .	27
3.2. A megvalósítás folyamata . . . . .	28
3.2.1. Problémák a nem-teljes távolságmátrixokkal . . . . .	28
3.2.2. Az <i>out-of-sample</i> probléma . . . . .	30
3.2.3. A méretarány kérdése . . . . .	31
3.2.4. Vetületi transzformáció . . . . .	32
3.3. A kész program működésének bemutatása . . . . .	32

3.3.1.	Felhasználói felület . . . . .	32
3.3.2.	A futás eredményeként kapott ábrázolás . . . . .	34
3.3.3.	Az algoritmus teljesítménye . . . . .	34
<b>4.</b>	<b>Az elkészített kartogramok</b>	<b>36</b>
4.1.	Magyarországi városok vasúti elérhetősége . . . . .	36
4.1.1.	Adatok forrása . . . . .	37
4.1.2.	Adatfeldolgozás . . . . .	37
4.1.3.	Térképi megjelenítés, az eredmények értékelése . . . . .	38
4.2.	Budapest villamosközlekedésének idő alapján torzított kartogramjai . . . . .	39
4.2.1.	Adatok forrása . . . . .	40
4.2.2.	A budapesti villamosközlekedés adatai . . . . .	40
4.2.3.	Villamos útidők . . . . .	40
4.2.4.	Adatfeldolgozás . . . . .	40
4.2.5.	Problémák az adatfeldolgozás során . . . . .	41
4.2.6.	Az eredmények értelmezése . . . . .	42
4.2.7.	Térképi megjelenítés . . . . .	44
<b>5.</b>	<b>Összefoglalás</b>	<b>46</b>
5.1.	Tapasztalatok, a munka értékelése . . . . .	46
5.2.	További kutatási lehetőségek . . . . .	47
5.3.	Megjegyzés szoftverlicenccel kapcsolatban . . . . .	47
<b>A.</b>	<b>Mellékletek</b>	<b>48</b>
	Magyarországi városok vasúti elérhetősége idő szerint torzított kartogramon	49
	Budapest a villamosközlekedés időtere szerint torzított kartogramokon . . . . .	50
	<b>Felhasznált irodalom</b>	<b>51</b>

# 1. Bevezetés

## 1.1. A témaválasztás indoklása

2012 tavaszán pszichológushallgató ismerősöm egy szakdolgozati témájához kapcsolódó kérdéssel keresett meg: lehetséges-e olyan térképi ábrázolást szerkeszteni, amin európai várospárok távolságát úgy torzítjuk, hogy azok megfeleljenek (különböző nemzetiségű) csoportok tagjai által becsült értékeknek, bemutatva ezzel egy-egy nemzet kognitív térképének, Európa-képének különbségeit.

A téma szakirodalmát megismerve úgy találtam, hogy a probléma általánosabb változata (térképi távolságok torzítása valamilyen statisztikai mutató, általában időbeli távolság szerint) nem ismeretlen, megoldására több módszer és algoritmus is ismert, tudomásom szerint viszont jelenleg nem áll rendelkezésre olyan széleskörűen elérhető szoftver, amivel a probléma egyszerűen megoldható lenne.

Dolgozatomban bemutatom a módszer történetét és szakirodalmát, az idő szerint torzított kartogramok szerkesztését célzó algoritmusokat és ezek matematikai hátterét, majd egy konkrét algoritmus (KAISER és WALSH, 2010) számítógépes megvalósítását és az ezzel kapcsolatban felmerült problémákat. Végül a tömegközlekedési időterek ábrázolásának problémáján keresztül bemutatom a módszer gyakorlati alkalmazhatóságát.

## 1.2. A kartogram-módszer a térképészetben

A kartogrammódszer olyan térképészeti közlésforma, amely pontos vonatkozási hely nélküli, de meghatározott felületekre vonatkozó jelenség vagy állapot statisztikai számértékeit hivatott kifejezni (FARAGÓ et al., 2010). Ezek az adatok gyakran olyan mutatók értékei, amelyek a közigazgatási egységek területén elszórtan található tényállások mennyiségét együttesen, összevontan közlik. A pontos vonatkozási

hely ismerete nélkül így ezeket az adatokat csak a közigazgatási egység teljes felületén lehet megjeleníteni (KLINGHAMMER és PAPP-VÁRY, 1983). A megjelenítés történhet jelszerűen (ún. jelkartogram – abszolút adatok esetén, a pontszerű jelekhez hasonló, többnyire mértani jelekkel) vagy felületen (felületkartogram – az abszolút adat relatívvá alakításával, azaz a teljes mennyiség adott felületre vonatkozó részének az ábrázolásával) (PAPP-VÁRY, 2007).

A kartogram módszer megjelenése a XIX. század 20-as éveiben, nyugat-európai országok statisztikai hivatalai felállításának és a statisztikai oktatás fejlődésének köszönhető. E munka eredményeképp lettek elérhetőek egy-egy ország területére vonatkozó demográfiai és gazdasági adatok. A módszert Franciaországban használták először, de 1841-től a *Journal of the Statistical Society of London* is közölt rajzi ábrázolásokat, előbb népességi, később pedig gazdasági adatokról is. A módszerre kezdetben *Cartes figuratives*-ként hivatkoztak, a *kartogram* kifejezés csak az 1860-as években terjedt el. Jelkartogramot először Charles Joseph Minard alkalmazott, a felületkartogramok első ismert példája pedig Charles Dupin nevéhez fűződik.

## 1.3. Torzított kartogramok

### 1.3.1. A torzított kartogram módszer definíciója, elnevezései

A kartogramok sajátos változatai a torzított kartogramok. Ezek készítésekor a szerkesztés menete megfordul: nem a háttértérkép vonatkozási egységeit színezik ki az ábrázolt adat nagyságának megfelelően, hanem a vonatkozási felület térképi méretét módosítják az adat nagyságához igazodó módon. (PAPP-VÁRY, 2007)

Az angol „cartogram” kifejezést a torzított kartogramra először Raisz Erwin, az 1934-ben a *Geographical Review*-ban megjelent tanulmányában használta: az általa létrehozott ábrázolásokra „rectangular statistical cartogram”-ként, vagyis téglalap alakú statisztikai kartogramként hivatkozott (RAISZ, 1934). Az 1938-ban megjelent *General Cartography* című könyvében a „cartogram” kifejezést a következőképp magyarázza: „[...]any highly abstracted, simplified map, the purpose of which is to demonstrate a single idea in a diagrammatic way” (bármilyen absztrahált, egyszerűsített térkép, amelynek a célja egy téma sematikus bemutatása). Megemlíti, hogy a kifejezést más értelemben is használják: „[...]those maps in which even the outlines of the land or the exact locations of other features are altered” (vagyis olyan térképek, amelyeken a szárazföldek kontúrjai vagy más térképi tartalmak pontos elhelyezkedése megváltoztatásra került). Raisz ebben a könyvben bevezeti a

„value-area cartogram” kifejezést is, amelyet a „rectangular statistical cartogram” kifejezéssel megegyező értelemben, ahelyett használ. (RAISZ, 1938; REYES, 2009)

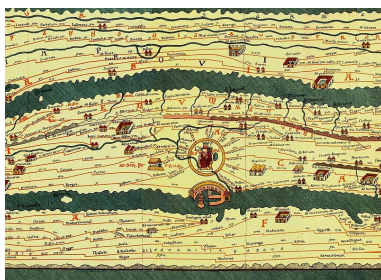
Érdemes még megemlíteni a „Glossary of the Mapping Sciences” torzítottkartogram-definícióját, amely majdnem pontosan megegyezik a „Encyclopedic Dictionary of Cartography in 25 languages” műben leírtakkal: „An abstract or much simplified map for which the base may not be true to scale.” (egy nagyon egyszerűsített térkép, amelynek az alapja nem méretarányos). (REYES, 2009)

Az angol szakirodalomban mára általánossá vált a „cartogram” szó használata a torzított kartogram-térképek megnevezésére. A kifejezést az ábrázolás pontos jellegétől függően jelzőkkel egészítik ki („topological cartogram”, „area cartogram”).

Magyar nyelven a német nyelvterületen használt elnevezések terjedtek el Klinghammer István tematikus térképészetről szóló műveinek köszönhetően, így a módszerre a „torzított kartogram(-térkép)” kifejezés, illetve ritkábban a (francia és orosz nyelvterületen elterjedt) „(térképészeti/kartográfiai) anamorfózis (anamorf térkép)” kifejezés terjedt el. (REYES, 2009; PRAVDA, 1977) A módszer egy magyar nyelvű meghatározása: „Olyan térképszerű ábrázolás, amely az eredeti földrajzi felület torzításával vagy egy geometriai alakzattal való helyettesítésével jön létre, és nem a területi viszonyok, hanem a területre vonatkozó tematikus adat értékeinek a függvénye.” (REYES, 2009)

### 1.3.2. A torzított kartogramok történeti áttekintése

#### A Tabula Peutingeriana



A Tabula Peutingeriana az egyetlen fennmaradt római itinerárium (úttérkép). A több, mint hat méter hosszú szalagot alkotó ábrázolás az első, amin a térképi tartalmakat egy meghatározott tematika (a közlekedési útvonalak praktikus bemutatása) miatt szándékosan torzítottan ábrázolták.

1.1. ábra. Kivágat a Tabula Peutingeriana-ból

## OT-térképek

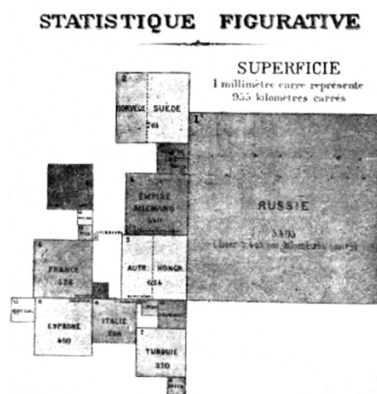


1.2. ábra. Klasszikus „OT”-ábrázolású térkép: Sevillai Izidor 1472-es világtérképe az *Etymologiarium* című művében

Ezek a középkori világtérképek a latin *Orbis Terrarum* (világtérkép) kifejezésből kapták a nevüket, de az OT-motívum a térképek szerkezetében is megjelenik. Ezeken a keletre tájolt ábrázolásokon a korong alakú szárazföldet O-alakban a világtenger övezi. A T bal oldali ágát a Fekete-tenger és a Tanais folyó, a jobb oldalit a Nílus képezi. A T függőleges szára a Földközi-tenger. Az ábrázolások középpontjában Jeruzsálem található.

Azokat az OT-térképeket, amelyek célja a bibliai szemléletnek megfelelő, tudatosan torzított világábrázolás volt, (bár a torzítás nem mennyiségi adatnak megfelelő volt), a mai, geometriai torzított kartogram-térképek elődjének nevezhetjük (REYES, 2009).

## Émile Levasseur ábrázolásai



1.3. ábra. Émile Levasseur torzított kartogram-szerű ábrázolása Európa országairól

Ezek az ábrázolások a szerző 1868-ban és 1875-ben publikált gazdaságföldrajzi könyveiben jelentek meg. Európa országait azok felszínének, népességének és más gazdasági mutatóinak megfelelően torzította. Az országokat reprezentáló négyzetek helyzete is nagyjából megegyezik azok földrajzi elhelyezkedésével, Waldo Tobler szerint azonban ez a mű mégsem tekinthető „valódi” torzított kartogramnak, mivel az országok térképi területe elsősorban azok földrajzi kiterjedésével arányos. (TOBLER, 2004)

## A poroszországi választások kartogram-térképei

A szakirodalom a torzított kartogramok közül legtöbbször Haack és Wiechel 1903-as ábrázolásait tekinti elsőnek. A szerzők a poroszországi választások eredményét ábrázolták úgy, hogy a közigazgatási egységeket a kormányra szavazók arányával azonos nagyságúnak ábrázolták. (PRAVDA, 1977; KLINGHAMMER és PAPP-VÁRY, 1983)

## William B. Bailey és Joseph Grundy Egyesült Államok-térképei

Apportionment Map of the United States  
BY WILLIAM B. BAILEY, Ph.D.  
ASSISTANT PROFESSOR OF POLITICAL ECONOMY IN YALE UNIVERSITY.



GRUNDY'S MAP OF THE UNITED STATES

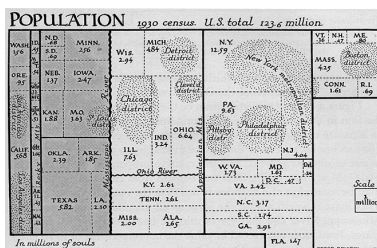


1.4. ábra. William B. Bailey és Joseph Grundy torzított kartogramjai az Egyesült Államokról

Bailey 1911-es, a *The Independentben* megjelent, Apportionment of the United States (Az Egyesült Államok „felosztott” térképe) című torzított kartogramja megtartotta az ország földrajzilag helyes kontúrajait és csak a belső államhatárokat torzította lakosságuk szerint.

Joseph Grundy térképe 1929-ben jelent meg, az államok területét a lakosságszám és az adott állam által fizetett államszövetségi adó függvényében torzította. Ez az ábrázolás Bailey-étől technikailag annyiban tér el, hogy az államhatárokon kívül az ország határának alakját is megváltoztatta.

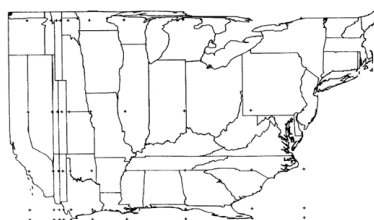
## Raisz Erwin torzított kartogram-térképei



1.5. ábra. Raisz Erwin torzított kartogram-térképe

Raisz Erwin az első, aki a torzított kartogram-térképekkel tudományos szempontból, több munkájában (RAISZ, 1934; RAISZ, 1938) is foglalkozott. Térképeit úgy szerkesztette, hogy a vonatkozási felületeket egy, az ábrázolandó értékkel arányos méretű téglalappal helyettesítette, majd ezeket az eredeti, földrajzi elhelyezkedést megközelítően helyezte el.

## Waldo Tobler kartogramjai



1.6. ábra. Waldo Tobler kartogramtérképe

Waldo Tobler volt az első, aki az 1960-as években számítógép segítségével készített torzított kartogramot. „Rubber map method” algoritmusát népességarányosan torzított térképek készítéséhez használta. A program az akkoriban elérhető erőforrásokhoz mérten lassú volt és viszonylag nagy területi hibákat (a közigazgatási egységek kívánt és kapott mérete közti különbség)



eredményezett. A vele készült ábrázolások szemléletessége mégis összehasonlítható volt az addigi, kézzel készített kartogramokéval.

## 1.4. Idő szerint torzított kartogramok

### 1.4.1. Az idő szerint torzított kartogramok definíciója és elnevezései

Az idő szerint torzított térképi ábrázolásokat a szakirodalomban a legtöbben hasonló, de nem azonos módon definiálják. Ennél is sokszínűbbek a módszer elnevezésére használt kifejezések. Mivel a módszert a leggyakrabban a földrajztudományból ismert időterek ábrázolására használják, elnevezések két csoportja alakult ki. Míg az egyik csoport a földrajzi szempontot helyezi előtérbe és az ábrázolásokra úgy hivatkozik, mint az időteret bemutató térképre, addig a másik csoport az ábrázolásokat egy térképészethez közelebb álló szempontrendszer szerint vizsgálja, és azokat a torzított kartogramok egy típusának tekinti. Az alábbiakban összefoglalom az általam megismert szakirodalomban használt véleményeket.

A földrajztudományban a tér vizsgálata mellett kiemelkedő szerepe van az idő, mint negyedik dimenzió vizsgálatának is. Az időterek kutatásának és az időföldrajznak a fejlődéséhez a huszadik század során jelentősen hozzájárult Torsten Hägerstrand svéd geográfus munkája. Mivel az időterek ábrázolásának kérdése is a földrajztudományból eredeztethető, az 1970-es és 1980-as évek során ezzel kapcsolatban megjelent angol nyelvű publikációk jó része is a földrajzban megszokott terminológiát használja: a „time-space” kifejezést az időtérre, míg a „time-distance” kifejezést az időtérbeli távolságokra.

A szintén földrajzi szemléletmódról tanúskodó „time-space map” (időteret ábrázoló térkép) kifejezést először Ewing és Wolfe használják tanulmányukban (EWING és WOLFE, 1977). Földrajzi pontok időtérbe torzított helyzetét már (MARCHAND, 1973) is bemutatja, de ábrázolása kevés hasonlóságot mutat a hagyományos térképekkel. Ewing és Wolfe módszere az első, ami a pontok időtérbeli helyzetén kívül más térképi tartalmak (pl. utcahálózat) ábrázolását is lehetővé teszi, így az összehasonlíthatóvá válik hagyományos térképi ábrázolásokkal.

A „time-space map” és „time-distance map” kifejezések többféle definíciója is megtalálható a szakirodalomban:

- „The elements of a **time-space map** are organised in such a way that the distances between them are not proportional to their physical distance as in topographical maps, but proportional to the travel times between them.” (SPIEKERMANN és WEGENER, 1994) („Az időteret ábrázoló térkép részei oly módon helyezkednek el, hogy a köztük lévő távolság nem a földrajzi távolságukkal, hanem a köztük lévő utazási idővel arányos.”)
- „**Time-space mapping** is a method that obtains a spatial configuration of cities or more generally, points, so that the Euclidean distances between points consist with the given time-distances.” (SHIMIZU és INOUE, 2003) („Az időtér-térképezés módszere városok, vagy általánosabban pontok olyan térbeli elhelyezkedését hozza létre, amelyen a pontok közti távolságok a köztük lévő időtérbeli távolságoknak felelnek meg.”)
- „[...]a **time-distance map** is based on the travel time on a network (e.g. road network), where the space is deformed such that the length of the links (roads) between the nodes (intersections) of the network are proportional to their travel time.” (KAISER és WALSH, 2010) („Az időtér-térkép alapját egy hálózatban /úthálózatban/ jellemző utazási idők adják. A teret úgy torzítjuk, hogy a hálózat metszéspontjainak távolsága az azok közti utazási idővel legyenek arányosak.”)

A szakirodalomban vannak példák a földrajztudományi terminológia használatán kívül a térképészeti szakirodalomban megszokott kifejezésekre („cartogram”) támaszkodó elnevezésekre, definíciókra is. A tanulmányok, amelyekből ezek a definíciók származnak, leggyakrabban szintén az időterek ábrázolásának kérdését tárgyalják, de ezek a definíciók jellemzően sokkal általánosabbak és inkább térképészeti szemléletmódot tükröznek:

- „**Linear cartograms** express one-dimensional quantities by altering the distance component of maps.” („A lineáris kartogramok egydimenziós mennyiségeket fejeznek ki a térképek távolságkomponensének módosításával.”) (DOUGENIK et al., 1985)
- „A **distance cartogram** is a distorted version of a map in which distances between points have been distorted to reflect some relationship.” („A »távolságkartogram« egy olyan torzított térkép, amelyek a pontok közti távolságokat úgy torzítják, hogy azok valamilyen kapcsolatot tükrözzenek.”) (BARRON, 2004)
- „In **linear cartograms**, we want to display a network in such a way that the length of a connection is related to some characteristic of the connection.” („A

»lineáris kartogramok« egy hálózat olyan megjelenítései, amin az összekötetések térképi hossza valamilyen kapcsolatban áll azok jellegével.”) (JUSTO, 2004)

- „A **distance cartogram** is a type of cartogram that is used to represent the proximity data between points in a Euclidean space.” („A »távolságkartogram« olyan torzított kartogram, amely pontok közti kapcsolatot jelenít meg az euklideszi térben.”) (SHIMIZU és INOUE, 2009)

Több, az idő szerint torzított kartogramokkal kapcsolatos kifejezést is definiál a *Principles of Map Design* szójegyzéke:

- „**Distance-by-time cartogram:** A type of cartogram that uses time instead of linear distance as a scale.”
- „**Linear cartogram:** Cartogram that is concerned with distances.”
- „**Center point cartogram:** A cartogram that shows distance on a time scale from a center point.”

A módszer magyar nyelvű szakirodalma szűk, de az elnevezésekben és definíciókban mind a földrajztudományi, mind a térképészeti szemléletmód előkerül:

- Dusek Tamás és Szalkai Gábor 2007-ben megjelent tanulmányukban a nem földrajzi terek ábrázolási lehetőségeivel foglalkoznak. A szerzők a terület torzításával készült kartogramokon kívül idő szerint torzított kartogramokat is szerkesztettek. Ezekon Magyarország gyorsforgalmi-úthálózat fejlesztésének eredményeit, a főváros és környezetének tömegközlekedési időterét, valamint Budapest belvárosának autós és gyalogos időtere közti különbséget mutatják be. Az általuk készített ábrázolásokra „módosított kartogramok”-ként hivatkoznak, azokat így definiálják: „A kartogramok egyik típusa a területegységek méretét azoknak bizonyos tulajdonsága (lakosság száma, jövedelme, színház előadások száma, búza termésmennyisége stb.) alapján módosítja. A kartogramok másik típusa a földrajzi pontok közötti távolságok áthidalásának tényleges út-, idő- vagy költségtávolsága alapján módosítva ábrázolja a földrajzi térben is létező objektumokat.” (DUSEK és SZALKAI, 2007)
- Balassa Bettina doktori értekezésében Baranya megye településeinek illetve Duna menti települések időbeli elérhetőségét, valamint Pécs városának tömegközlekedési időterét vizsgálja és ábrázolja idő szerint torzított kartogramokon. Munkájában ezekre „időléptékes térképek”-ként hivatkozik (BALASSA, 2012).

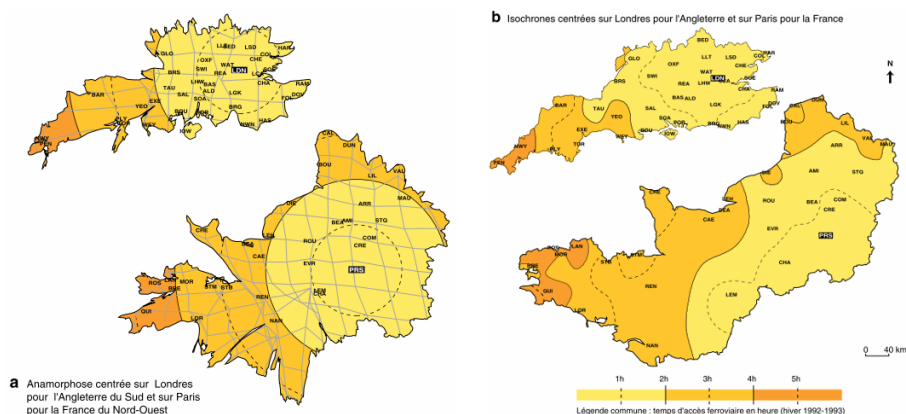
## 1.4.2. Az idő szerint torzított kartogramok típusai

A szerkesztés alapjául szolgáló adatok jellegétől függően az idő szerint torzított kartogramok több változatát különböztethetjük meg. SHIMIZU és INOUE, 2009 ezeket az ábrázolásokat két kategóriába sorolja:

- „complete network distance cartograms” („teljes hálózatot ábrázoló távolságkartogramok”) – olyan ábrázolások, amelyek szerkesztésekor a torzított pontok közül minden pontpár egymástól való távolságát figyelembe vesszük.
- „partial network distance cartograms” („részleges hálózatot ábrázoló távolságkartogramok”) – olyan ábrázolások, amelyek csak néhány pontpár (pl. egy közlekedési hálózat fontosabb összeköttetéseinek) távolságát veszik figyelembe.

Az általam megismert szakirodalom alapján lehetőség van azonban a részleges, nem minden pontpár kapcsolatát ábrázoló kartogramok két további típusra való felbontására.

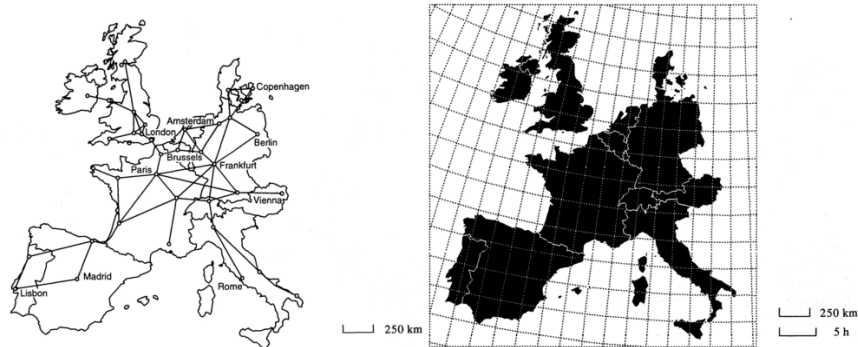
- **Egyetlen középponttól mért távolságokat bemutató, idő szerint torzított kartogramok** (angolul: „central point cartogram”) – olyan ábrázolások, amelyek térképi pontok egy kitüntetett középponttal való kapcsolatát vizsgálják, de más pontpárok távolságát figyelmen kívül hagyják (pl. DENAIN és LANGLOIS, 1998; DUSEK és SZALKAI, 2007; BALASSA, 2012). Ebben ezek az ábrázolások az izokrón-térképekhez hasonlóak, azonban azoktól eltérően a térképet úgy torzítják, hogy az azonos időbeli távolságoknak megfelelő izokrón-vonalak képe itt egy-egy szabályos körnek felel meg.



1.7. ábra. Izokrón-térkép és idő szerint torzított kartogram összehasonlítása (DENAIN és LANGLOIS, 1998 alapján)

- **Nem teljes hálózatot bemutató, idő szerint torzított kartogramok** – Céljuk jellemzően közlekedési (közúti, tömegközlekedési) hálózatok pontjai közötti időbeli távolságok bemutatása. Csak azon pontpárok kapcsolatát veszik

figyelembe, amelyek között az adott hálózatban közvetlen összeköttetés van (pl. SPIEKERMANN és WEGENER, 1994; SHIMIZU és INOUE, 2003; SHIMIZU és INOUE, 2009; KAISER és WALSH, 2010).



1.8. ábra. Közlekedési hálózat és az alapján készült idő szerint torzított kartogram (SPIEKERMANN és WEGENER, 1994 alapján)

A fenti két csoport közti legfontosabb különbség az ábrázolt időbeli távolságokat leíró gráf topológiai tulajdonságaiban van. Az egy középpontú ábrázolás esetén ez a gráf csillagszerű, amiben élek csak a középpont és a többi pont között haladnak. A másik csoport gráfja ennél szabadabb szerkezetű: bármely két pont között lehet él, de egy-egy pont általában csak néhány másikkal van összekötve, tehát nincs megadva minden egyes pontpár távolsága.

Ezeknek a kategóriáknak a megkülönböztetését azért tartom fontosnak, mert az idő szerint torzított kartogramok számítógéppel való szerkesztésekor ezek a különbségek alapvetően befolyásolják a probléma bonyolultságát.

# 2. Idő szerint torzított kartogramok létrehozása számítógéppel

## 2.1. A többdimenziós skálázás

A szakirodalomban megismert legtöbb, idő szerint torzított kartogram létrehozását célzó algoritmus alapja a többdimenziós skálázás. Hogy az algoritmusok működését megismerhessük, az alábbiakban először bemutatom ennek a módszernek a kialakulását és főbb típusait.

A többdimenziós skálázás (angolul *multidimensional scaling /MDS/*) módszerek egy olyan csoportját jelöli a többváltozós statisztikában, amelyek – szemléletesen – azt teszik lehetővé, hogy egy adathalmazt egy (adott dimenziószámú) térben elhelyezkedő ponthalmazként ábrázolhassunk. Az MDS az adatpontok közti, számszerűen megadott hasonlósági vagy különbözőségi kapcsolatokat veszi figyelembe. Ezek ismeretében a pontok egy olyan geometriai reprezentációját készíti el, amelyben két-két pont közti távolságok az azok közti különbséget vagy hasonlóságot a lehető legpontosabban (legkisebb torzítással) tükrözik (KETSKEMÉTY és IZSÓ, 2005; MÜNNICH et al., 2006).

A többdimenziós skálázást elsőként a magatartástudományokban, a pszichometriában (a pszichológiai mérések elméletével és technikáival foglalkozó tudományágban) alkalmazták, későbbi fejlődését is elsősorban ezek az alkalmazások motiválták. Segítségével olyan és hasonló kérdésekre kerestek válaszokat, mint pl.:

- Milyen szempontokat vesznek figyelembe az emberek gépkocsi vásárlásakor? (A gazdaságosságot? A megbízhatóságot? A kényelmet?)

- Milyen szempontok alapján kategorizálják az emberek az egyes népcsoportokat, nemzeteket vagy országokat? (Közismert sztereotípiák? Saját tapasztalatok? Közszerelőik véleménye? A média által sugallt szempontok?)

A kutatási alanyok válaszait MDS-sel feldolgozva feltárható és megjeleníthető az adatsor rejtett struktúrája, összefüggései (KETSKEMÉTY és IZSÓ, 2005).

### 2.1.1. A többdimenziós skálázás típusai

A szakirodalom a többdimenziós skálázás több típusát különbözteti meg (WICKELMAIER, 2003), ezek közül most csak a torzított kartogramok létrehozása szempontjából legfontosabbakat mutatom be:

- **Klasszikus MDS** – az MDS legelőször kialakult változata. Feltételezi, hogy az adatok közti kapcsolatok (hasonlóságok, különbözőségek) euklidészi távolságoknak felelnek meg. Ebben az esetben a probléma viszonylag könnyen megoldható, mivel a távolságmátrixból lineáris algebrai eszközökkel visszaállítható a pontok elhelyezkedése.
- **Nemmetrikus MDS** – sok esetben az adataink nem feleltethetőek meg euklidészi távolságoknak: a pszichometriában nem garantálható, hogy a kutatás alanyai a hasonlósági ítéleteiket valóban egyenletesen skálázzák, sőt, gyakran a feltett kérdések sem távolságokra, hanem csak egy előre megadott skálán belüli hasonlóságra vagy különbözőségekre vonatkoznak. Tapasztalataim szerint legtöbbször egy földrajzi időtér pontjai közt mért időbeli távolságok sem felelnek meg ezeknek a kritériumoknak. Ezekben az esetekben a klasszikus MDS adatokkal szemben támasztott követelményei nem teljesülnek, így a probléma megoldása csak az úgynevezett nemmetrikus MDS segítségével lehetséges (SHEPARD, 1962). A probléma jellegéből adódóan ilyenkor nem mindig létezik egzakt megoldás, azaz nem mindig állítható elő a távolságadatoknak pontosan megfelelő geometriai konfiguráció. (Tegyük fel, hogy az adatokat két dimenzióban szeretnénk ábrázolni. Ekkor már három pont közti távolságokra is tudunk például olyan számhármast mondani, amely nem felel meg a háromszögegyenlőtlenségnek, így nem ábrázolható.) A feladat ilyenkor egy optimalizációs problémává válik: a nemmetrikus MDS nem tökéletes megoldást keres, hanem csak a lehetséges legjobb közelítő megoldás, konfiguráció megtalálását garantálja.

### 2.1.2. A nemmetrikus MDS matematikai modellje az időtér-térképezés példáján keresztül

A többdimenziós skálázás bemeneti adatként az ábrázolni kívánt pontok közti hasonlóságokat vagy különbözőségeket adatait várja, ezek meghatározásának eredménye egy  $D$  különbözőségi (vagy épp hasonlósági) mátrix („dissimilarity matrix”):

$$D = \begin{pmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & \cdots & d_{1,n} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & \cdots & d_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n,1} & d_{n,2} & \cdots & d_{n,n} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Időterek ábrázolása esetén ezek az adatok az időtérbe torzítani kívánt  $n$  darab földrajzi pont közti időbeli távolságoknak felelnek meg, vagyis  $d_{i,j}$  az  $i$ -edik és  $j$ -edik pont közti időbeli elérhetőséget mutatja.

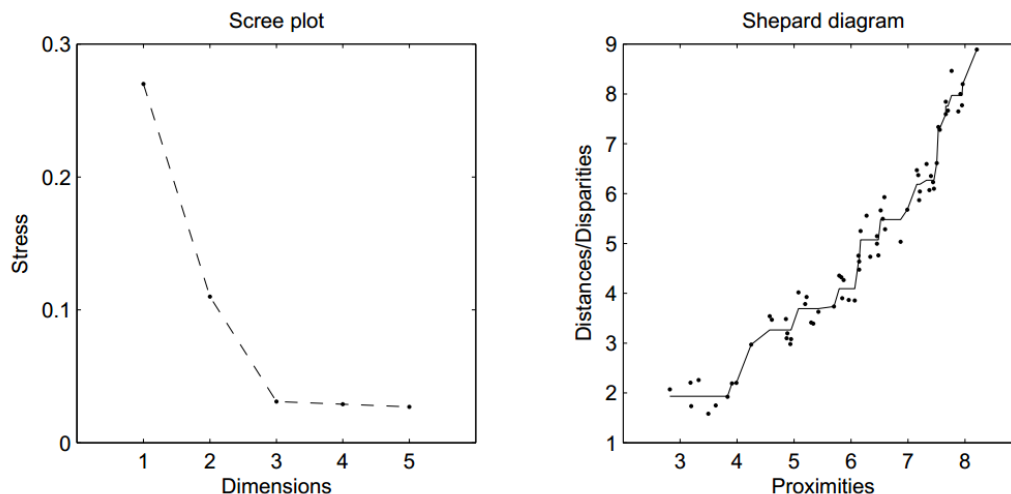
A cél a pontok egy olyan  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  konfigurációjának megkeresése, amelyben a pontok közti távolságok a  $D$  mátrix elemeitől a lehető legkisebb mértékben térnek el. A nemmetrikus MDS-ben ezt az eltérést, hibát a stresszfüggvény reprezentálja:

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (d_{i,j} - \|x_i - x_j\|)^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{i,j}^2}} \quad (2.2)$$

A stresszfüggvény tehát a különbözőségi mátrix és a jelenlegi konfiguráció eltéréseit viszonyítja a különbözőségi mátrix értékeihez. Ez szemléletesen azt mutatja meg, hogy mekkora az eltérés a modellben meghatározott, ábrázolni kívánt távolságok és az MDS által létrehozott pontkonfiguráció tényleges távolságai között. Ha a kapott megoldás tökéletesen megfelel a modellnek, akkor ezek különbsége és így a stresszfüggvény értéke is zérus (KETSKEMÉTY és IZSÓ, 2005). A nemmetrikus MDS algoritmusok működésük során ennek a stresszfüggvénynek a folyamatos, iteratív minimalizálására törekcsenek.

A stresszfüggvény értéke ezen kívül alkalmas az MDS eredményeképp kapott konfiguráció jóságának meghatározására is. KRUSKAL (1964)-es tanulmánya alapján a kapott  $X$  konfigurációt jónak tekintjük, ha  $\sigma(X) < 0,1$ , elfogadhatónak, ha  $\sigma(X) < 0,2$ .





2.1. ábra. Scree-plot és Shepard-diagram (WICKELMAIER, 2003 alapján)

Az MDS alkalmazásával kapott megoldások jóságát az ábrázolás kívánt dimenziószáma is befolyásolja. Míg az alacsonyabb dimenziószámú ábrázolások könnyebben értelmezhetőek, addig a magasabb dimenziószámú ábrázolások pontosabbak. A dimenziószám növelésével a stresszfüggvény értéke csökken, vagyis a kapott pontkonfiguráció jobban megfelel az eredeti modellnek. A módszer térképészeti alkalmazása ezeket a lehetőségeket tovább korlátozza: elméletben létrehozhatóak háromdimenziós időtér-ábrázolások, de ezek szemléletessége, hagyományos térképekkel való összehasonlíthatósága és így hasznossága is kérdéses.

Az MDS-sel kapott konfigurációk jósága a stresszfüggvény értékénél szemléletesebben is ábrázolható a „scree-plot” ábra és a Shepard-diagram segítségével. A scree-plot a stresszfüggvény értékét a dimenziószámok függvényében ábrázolja, bemutatva, hogyan csökken a stressz a dimenziószám növekedésével. A modell ábrázolásához szükséges optimális dimenziószám az, amelynél a görbe meredeksége hirtelen csökken, vagyis egy eggyel magasabb dimenziószámú ábrázolás már nem csökkentené a stresszt jelentősen, ez az ún. „könyökszabály” (WICKELMAIER, 2003).

A Shepard-diagram a modellben ábrázolni kívánt távolságok (különbségek) és az MDS-sel kapott pontkonfiguráció tényleges távolságait hasonlítja össze. Amennyiben a modell az adott dimenziószámában jól ábrázolható és a stressz alacsony, a Shepard-diagram pontjai egy egyenesre illeszkednek (MÜNNICH et al., 2006).

## 2.2. Algoritmusok idő szerint torzított kartogramok készítéséhez

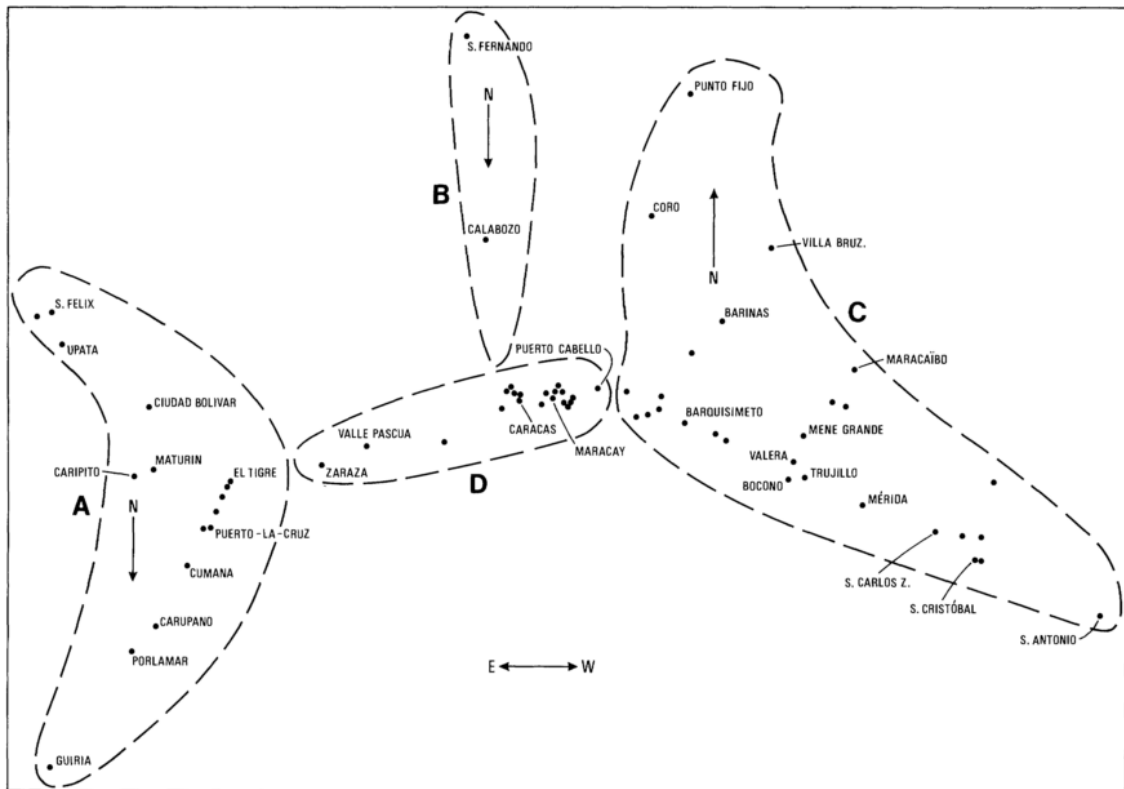
Az időterek térképi ábrázolásával kapcsolatos kutatások az 1960-as években kezdődtek. A témával foglalkoztak többek közt William Bunge és Waldo Tobler klasszikusnak számító doktori dolgozataikban (BUNGE, 1960; TOBLER, 1961). A térképi távolságok számítógéppel való időarányos torzítását célzó első algoritmusok az 1970-es években jöttek létre, majd az ezt követő évtizedekben – változó intenzitással bár, de – több, a témával foglalkozó publikáció is megjelent. Az alábbiakban bemutatok és összehasonlítok néhány algoritmust az azokat tárgyaló publikációk megjelenésének időbeli sorrendjében. Ezeket jól nyomon követhetőek az idő szerint torzított kartogramok készítésével kapcsolatos problémák és az ezekre adott megoldások, valamint az így készült ábrázolások. A felsorolásban szemléletességre és nem az elérhető szakirodalom teljességére töreksem, de a témáról átfogóbb képet nyújt például AHMED és MILLER (2007).

### 2.2.1. MARCHAND, 1973

Marchand 1973-ban megjelent tanulmányában hatvanöt venezuelai város közötti közlekedési időterének változását vizsgálja. Kutatása az ország közúthálózatának 1930-as és 1960-as évek közti fejlődésére terjed ki. Az úthálózat változó minőségére tekintettel annak részeit több kategóriába sorolja be (megkülönböztet „kövezett” és „csak a száraz évszakban járható” utakat, illetve később autópályákat és főutakat is). Az útkategóriákhoz egy-egy becsült átlagsebességet társít, majd ezeknek a sebességeknek és az úthálózat szakaszai minőségének az ismeretében kiszámolja a hatvanöt város páronkénti időbeli elérhetőségét. A teljes elérhetőségi mátrixot klasszikus többdimenziós skálázás segítségével torzítja, majd megvizsgálja az eredmények két dimenzióban való ábrázolhatóságát.

### 2.2.2. EWING és WOLFE, 1977

Ewing és Wolf Marchandhoz hasonlóan MDS-sel állapítja meg a földrajzi pontok időtérbeli konfigurációját. Tanulmányában viszont nemcsak a kontrollpontok, hanem tetszőleges (vektoros) térképi tartalmak torzítására is lehetőséget nyújt, ezzel elsőként teszi összehasonlíthatóvá az időtérrel készült ábrázolást egy klasszikus topográfiai térképi ábrázolással. A vektoros tartalmak pontjait az azokhoz legközelebbi kontrollpontok alapján tolja el. Ehhez a geometriák minden pontjára kiszámolja az annak közelében található kontrollpontok  $x$  és  $y$  irányú elmozdulásának távolsággal



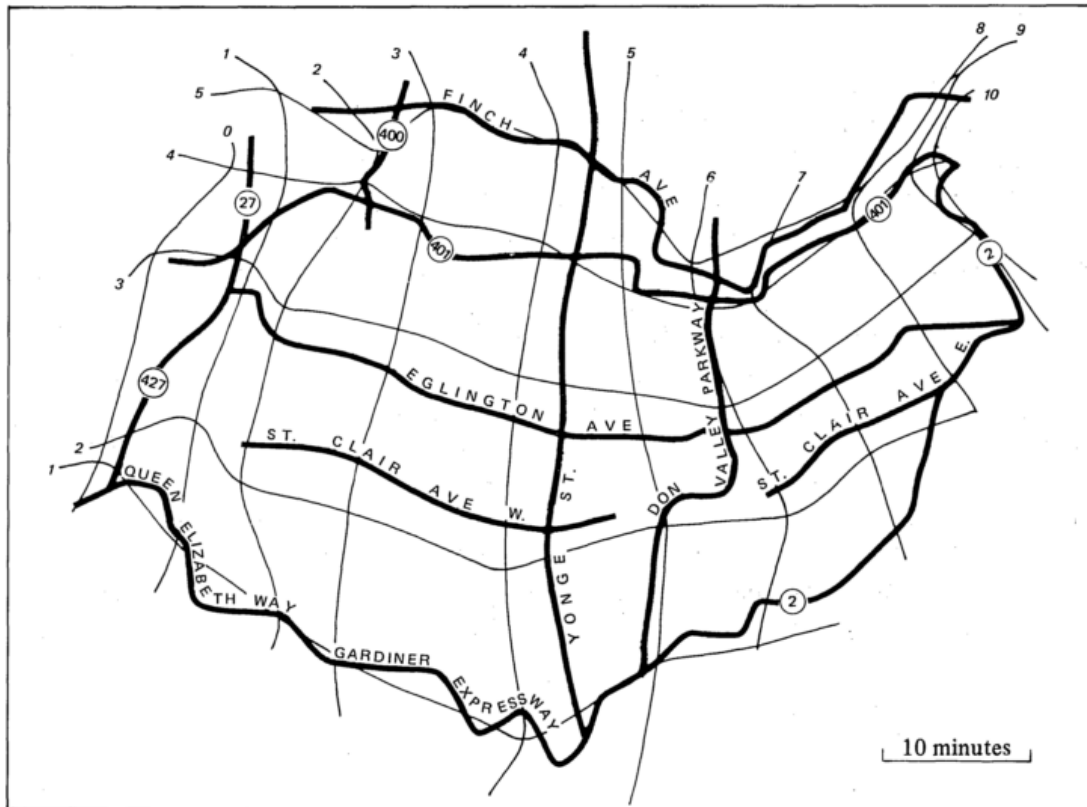
2.2. ábra. Venezuelai városok MDS-sel számolt közúti közlekedési időtere (MARCHAND, 1973 alapján)

fordítottan arányos súlyozott átlagát, majd az így adódó elmozdulásvektoroknak megfelelően tolja el a pontokat időtérbeli pozíciójukba.

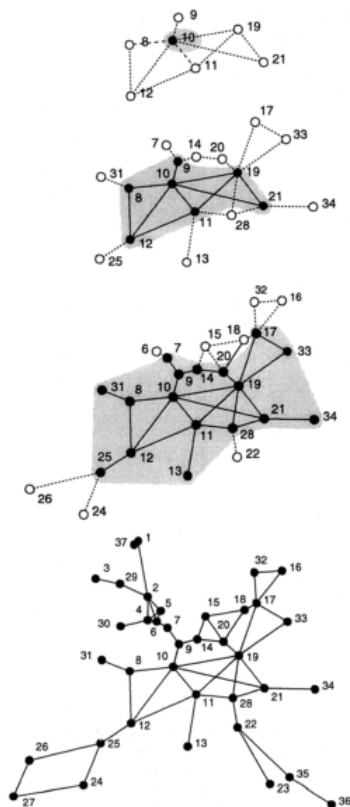
A szerzők utalnak rá, hogy már korábbi próbálkozások is léteztek annak érzékeltetésére, hogy a kontrollpontokat körbevevő földrajzi tér hogyan torzul az időtérbe való torzítás hatására. Tanulmányukban a fentén kívül ismertetnek egy másik módszert is, amely egy pontok körüli négyzetrácsoshálót torzít, ez a módszer azonban – írják a szerzők – bonyolultabb és kevésbé jól automatizálható, mint az általuk ismertetett, inverz távolságarányos súlyozásra épülő megoldás.

### 2.2.3. SPIEKERMANN és WEGENER, 1994

Spiekermann és Wegener tanulmányukban kritikát fogalmaznak meg az idő szerint torzított kartogramok készítésére addig általánosan elterjedt módszerekkel (kontrollpontok torzítása MDS-sel, majd az azokat körülvevő térképi tartalmak torzítása inverz távolságarányos súlyozással /IDW/) szemben. Problémaként említik egyrészt, hogy az MDS csak a kontrollpontok távolságát veszi figyelembe, de az azok közti topológiai kapcsolatokat nem. Emiatt a kapott konfiguráció gyakran a topológiát is megváltoztatja. Másrészt, hogy a térképi tartalmak vonalainak IDW-vel való torzítása szükségtelen „ugrásokat” okozhat azokban.



2.3. ábra. Toronto városának idő szerint torzított kartogramja (EWING és WOLFE, 1977 alapján)



2.4. ábra. Az SMDS működési elve (SPIEKERMANN és WEGENER, 1994 alapján)

Az ismertett problémák megoldására két új módszert javasolnak: A kontrollpontok torzításához az MDS egy módosított változatát, az úgynevezett *stepwise MDS (SMDS)*-t használják. Ez a módszer az összes kontrollpont egyszerre való torzítása helyett először csak egyetlen ponttal, és az ahhoz közvetlenül csatlakozó pontokkal dolgozik. Elvégzi ezek időtérbe való torzítását, majd pozíciójukat a továbbiakban nem módosítja. Ezt követően az algoritmus minden iterációban csak az addig torzított pontokhoz közvetlenül csatlakozó pontok helyzetét módosítja, amíg minden torzítandó pont sorra nem kerül. Ezzel a módszerrel lehetővé válik a topológiai hibák minimalizálása. A kontrollpontokon kívüli térképi tartalmak torzítására a szerzők egy háromszögelésen alapuló módszert javasolnak: A torzítani kívánt területet olyan háromszögekre osztják föl, melynek csúcsai a kontrollpontok. A további pontok elmozdulását azon háromszögcúcsok

elmozdulásának súlyozott átlagaként számítják, amelyik háromszögbe az adott pont esik, ezzel kiküszöbölhetőek az IDW segítségével torzított vonalaknál megfigyelhető „ugrások”.

#### **2.2.4. DENAIN és LANGLOIS, 1998**

Denain és Langlois – más szerzőktől eltérően – „anamorphosis mapping”-ként hivatkozik az idő szerint torzított kartogramok készítésének módszerére. 1998-ban megjelent tanulmányukban két, egy-egy pont (Párizs és London) körüli tömegközlekedési elérhetőségi időket bemutató ábrázolást készítenek el, majd összehasonlítják azokat a szintén egy középpont körüli időterek ábrázolására alkalmas izokrón-térképek módszerével. A tanulmányban ez – érthető okokból – nem jelenik meg, de beszámolnak arról is, hogy az általuk készített szoftver képes animált képernyőtérképek (-kartogramok) létrehozására is, amelyekkel bemutathatóvá válik a torzítás folyamata.

A szerzők a tanulmányban arra a konklúzióra jutnak, hogy az idő szerint torzított kartogramokkal szemben inkább az izokrón-térképek használata javasolt, mivel előbbiek nehezebben értelmezhetőek, illetve túlzóan torzíthatják az eredeti térképi tartalmak topológiáját. Emellett úgy vélik, hogy a térképi hosszak torzítása korlátozottan hasznos, mivel az időbeli torzításokon kívül eddig a módszer nem talált más, gyakorlati alkalmazásra. Figyelmeztetnek arra is, hogy a személyi számítógépek elterjedésével széles körben válik elérhetővé a torzított térképek létrehozásához szükséges informatikai erőforrás, amely hozzáértés nélkül használva grafikai szempontból rossz ábrázolások létrejöttéhez vezethet.

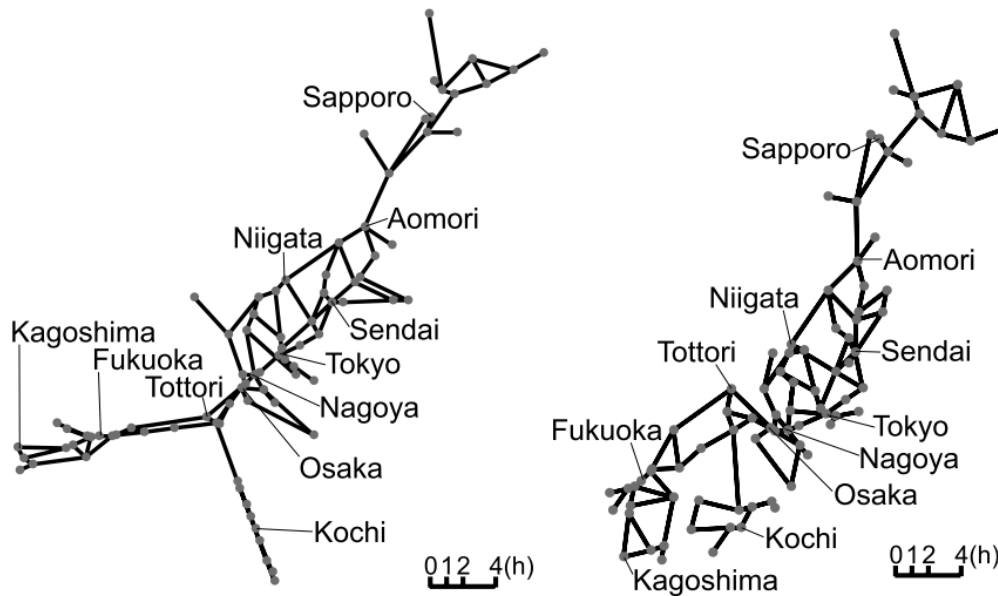
#### **2.2.5. SHIMIZU és INOUE, 2003**

Shimizu és Inoue az idő szerint torzított kartogramok két típusát különbözteti meg. Az egyik típusnak a teljes távolságmátrixszal megadott változatot tekintik, ahol minden pontpár távolsága ismert (pl. MARCHAND, 1973), míg a másiknak a csak néhány pontpár közti távolsággal megadott hálózatokat (pl. SPIEKERMANN és WEGENER, 1994). Tanulmányukban olyan megoldást javasolnak, amely mindkét esetben képes az idő szerint torzított ábrázolás létrehozására.

A kontrollpontok torzításának problémáját a legkisebb négyzetek módszerének egy módosításával oldják meg, de a minimalizálandó célfüggvényben a kontrollpontok koordinátái helyett azok egymáshoz képesti irányszögét veszik figyelembe. Ezzel kiküszöbölik az olyan megoldások létrejöttét, amelyeknél a pontok távolsága megfelel

ugyan azok időbeli távolságának, de az ábrázolás az eredeti konfigurációhoz képest módosul (pl. síkban elfordul, vagy tükrözésre kerül).

Az algoritmust Japán vasúthálózatának időben torzított ábrázolására alkalmazzák, bemutatva mind a teljes távolságmátrixszal adott, mind a csak néhány, közvetlen vasúti összeköttetésben lévő várospár távolságát figyelembe vevő változatot.



2.5. ábra. Japán vasúti közlekedési időterének torzított kartogramja teljes távolságmátrixszal, és csak a közvetlen vasúti összeköttetéseket figyelembe véve (SHIMIZU és INOUE, 2003 alapján)

### 2.2.6. AHMED és MILLER, 2007

A szerzők a szakirodalom részletes áttekintése után azt a következtetést vonják le, hogy az idő szerint torzított kartogramok iránti érdeklődés 1980-as évek után való csökkenése többek között annak köszönhető, hogy akkor még nem álltak rendelkezésre, vagy fejletlenek voltak a szükséges térinformatikai adatbázisok és az azok feldolgozásához és megjelenítéséhez használható módszerek és szoftverek. Emiatt egy olyan általános célú, térinformatikai szoftverbe integrált keretrendszert kívánnak létrehozni, ami képes idő szerint torzított kartogramok létrehozására, valamint a térinformatikai háttérnek köszönhetően megoldja az adattárolás, feldolgozás és megjelenítés problémáját is.

### 2.2.7. HONG és BIAN, 2008

Hong és Bian tanulmánya nemcsak a földrajzi tér és a közlekedési időtér kapcsolatát vizsgálja, hanem ezek kognitív térképekkel való összehasonlítására is kísérletet tesz.

Kutatásuk Wuhan városának tömegközlekedésére irányult. A tömegközlekedési időtér ábrázolásán kívül kérdőívek segítségével felmérték, hogy a kutatás alanyai egy négyelemű skálán milyen nagyságrendűnek értékelik a város két-két pontja közti utazáshoz szükséges időt. Az így született háromféle teret (a földrajzi teret, az időteret és a kognitív térképek szubjektív terét) MDS és egy mesterséges neuronhálózaton alapuló módszer (*Self organizing map /SOM/*) segítségével hasonlították össze.

### **2.2.8. KAISER és WALSH, 2010**

A szerzők a tanulmányban olyan speciális idő szerint torzított kartogramokat hoznak létre, amelyek csak egy úthálózat egy szakaszát vagy pontját és annak környezetét ábrázolják az időtérbe torzítva, míg az ezen kívüli térképi tartalmakat torzítatlanul hagyják. Az algoritmus célja olyan autós navigációs rendszerekben használható ábrázolás létrehozása, amely a sofőr által választott útvonalat a szemléletesség érdekében időben torzítva mutatja be, miközben a klasszikus autótérképekkel is összehasonlítható marad. Mivel a saját magam által készített torzított kartogramok készítéséhez ennek az algoritmusnak egy módosítását használtam föl, azt a következő szakaszban részletesen is bemutatom.

Szerző(k); publikáció megjelenésének éve	Kontrollpontok torzításának módszere	Torzított adatok típusa	Kontrollpontokon kívüli térképi tartalmak torzítása
MARCHAND, 1973	nemmetrikus MDS	Teljes távolságmátrix	<i>(nincs)</i>
EWING és WOLFE, 1977	nemmetrikus MDS	Teljes távolságmátrix	van, inverz távolságarányos súlyozással
SPIEKERMANN és WEGENER, 1994	stepwise MDS	Pontok hálózata (nem teljes mátrix)	van, háromszögeléssel
DENAIN és LANGLOIS, 1998	<i>(nem ismert)</i>	Egyetlen középponttól mért távolságok	van
SHIMIZU és INOUE, 2003	least-squares MDS	Pontok hálózata vagy teljes távolságmátrix	<i>(nincs)</i>
AHMED és MILLER, 2007	nemmetrikus MDS és kétdimenziós regresszió	Pontok hálózata (nem teljes mátrix)	<i>(nincs)</i>
HONG és BIAN, 2008	MDS & SOM (mesterséges neuron-hálózat)	Pontok hálózata és teljes távolságmátrix	<i>(nincs)</i>
KAISER és WALSH, 2010	least-squares MDS	Pontok hálózata (nem teljes mátrix)	van, mesterséges neuronhálózattal

2.1. táblázat. Idő szerint torzított kartogramok készítésére használt algoritmusok összehasonlítása



## 2.3. Az általam kiválasztott algoritmus ismertetése

A dolgozatban szereplő idő szerint torzított kartogramok létrehozásához KAISER és WALSH (2010)-es tanulmányában megismert algoritmus egy módosított, egyszerűsített változatát használtam. Választásom az egyszerűségén kívül azért esett erre az algoritmusra, mert a tanulmány a módszer matematikailag korrekt, reprodukálható leírását is tartalmazza.

### 2.3.1. Az algoritmus matematikai modellje

A szerzők által bemutatott algoritmus alapja egy módosított, nemmetrikus MDS-probléma megoldására használt iteratív módszer. A stresszfüggvényt a következőképp definiálják:

$$\sigma(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} w_{i,j} (d_{i,j} - \|x_i - x_j\|)^2, \quad (2.3)$$

ahol  $X \in \mathbb{R}^{n \times 2}$  a pontok  $n$  elemű halmazából képzett kétdimenziós konfiguráció,  $w_{i,j}$  pedig az  $i$  és  $j$  pontpár közti időtérbeli távolságra vonatkozó súlytényező. A súlyozással lehetővé válik, hogy adott pontpárok kapcsolatának fontosságát hangsúlyozzuk vagy háttérbe szorítsuk a torzítás során.  $w_{i,j} = 0$ -ként való megválasztásával pedig a pontpár kapcsolatát akár teljes egészében figyelmen kívül is hagyhatjuk. Ez hasznos lehet akkor, ha az adott pontok közti időtérbeli távolság nem ismert vagy megbízhatatlan.

A tanulmány a (2.3) kifejezés direkt minimalizálása helyett egy más megoldást választ: a stresszfüggvényt egy olyan konvex függvénnyel helyettesíti, amelynek értéke minden esetben (minden konfigurációra) nagyobb vagy egyenlő a stresszfüggvény értékével, de azzal ellentétben – konvexitása miatt – csak egyetlen globális minimumértéke van, ami így könnyebben megkereshető.

Gyakorlatban a stresszfüggvény értékének minimalizálása a következő kifejezés értékének kiszámításával történik:

$$x_i^{[t+1]} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} w_{i,j} (x_j^{[t]} + s_{i,j}^{[t]} (x_i^{[t]} - x_j^{[t]}))}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} w_{i,j}}, \quad (2.4)$$

ahol

$$s_{i,j}^{[t]} = \begin{cases} \frac{d_{i,j}}{\|x_i^{[t]} - x_j^{[t]}\|} & \text{ha } \|x_i^{[t]} - x_j^{[t]}\| \neq 0 \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases} \quad (2.5)$$

Célunk a  $[t + 1]$ -edik iterációhoz tartozó  $X^{[t+1]}$  konfiguráció pontjai helyzetének meghatározása a  $[t]$ -edik iteráció alapján, úgy, hogy az (2.3) kifejezésben megadott stresszfüggvény értéke csökkenjen, vagyis az  $X^{[t+1]}$  újonnan kiszámolt konfigurációban a pontok helyzete jobban megfeleljen azok egymáshoz képesti időtérbeli távolságának ( $d_{i,j}$ ).

Mivel  $X \in \mathbb{R}^{n \times 2}$ , minden  $x_i$  egy-egy két elemből álló vektor, amely az  $i$ -edik pont két síkbeli koordinátáját tartalmazza. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy a fenti kifejezés értékét minden iteráció során pontonként kétszer kell kiszámítanunk ahhoz, hogy meghatározhassuk egy pont mindkét síkkoordinátáját. Így a kifejezésben  $x_i^{[t]} - x_j^{[t]}$  a síkkoordináta-rendszer egy-egy tengelyének megfelelő kordináták közti különbségek kétdimenziós vektorát jelenti, míg  $\|x_i^{[t]} - x_j^{[t]}\|$  a vektorok különbségének normáját, vagyis az  $i$ -edik és  $j$ -edik pont síkon értelmezett távolságát.

Az egyszerűség kedvéért tekintsük most csak az egyik koordinátatengely menti távolságokat. Ekkor (2.4) szemléletes jelentése a következő: a konfiguráció minden  $i$  pontjára megvizsgáljuk annak minden másik  $j$  ponttal való kapcsolatát. Minden  $j$  pont úgy szeretné módosítani  $i$  pont helyzetét, hogy az a lehető legjobban megfeleljen a kettejük közti  $d_{i,j}$ -ben megadott időtérbeli távolságnak. Erre  $j$  legjobb stratégiája az, ha megvizsgálja, hogy a két pont *adott koordinátatengely menti* távolsága milyen arányban járul hozzá a pontpár *teljes síkbeli* távolságához ( $\alpha = \frac{x_i^{[t]} - x_j^{[t]}}{\|x_i^{[t]} - x_j^{[t]}\|}$ ), majd az  $i$  pont adott tengely menti helyzetét úgy módosítja, hogy annak elmozdulása a jelenlegi helyzettől a kívánt  $d_{i,j}$  távolság  $\alpha$ -szorososa legyen ( $x_j^{[t]} + \alpha d_{i,j}$ ).

Mindkét koordinátatengely mentén kiszámoljuk a  $j$  pontok által  $i$ -re gyakorolt, annak elmozdítását célzó „húzóerők”  $w_{i,j}$  szerint súlyozott átlagát. Ez fogja adni az  $i$  pont  $X^{[t+1]}$  konfigurációban újonnan elfoglalt síkbeli helyzetét, ami az előző iterációnál jobban fogja tükrözni a pont időtérbeli pozícióját.

Ezt követően minden iterációban kiszámítjuk a (2.3) stresszfüggvény értékét is. Az algoritmust addig folytatjuk, amíg az alábbi két kilépési feltétel egyike nem teljesül:

- a stresszfüggvény relatív csökkenése ( $\frac{\sigma(X^{[t]}) - \sigma(X^{[t+1]})}{\sigma(X^{[t]})}$ ) valamilyen előre megválasztott érték alá nem csökken, vagy
- el nem értük az iterációk egy előre megadott számát.

A kilépési feltételek valamelyikének teljesülésekor az aktuális  $X$  pontkonfigurációt tekintjük az adott feltételek mellett elérhető legoptimálisabb konfigurációnak, vagyis a pontok időtérbeli helyzetének.

### 2.3.2. Az algoritmus módosítása: az irányszögek megőrzése

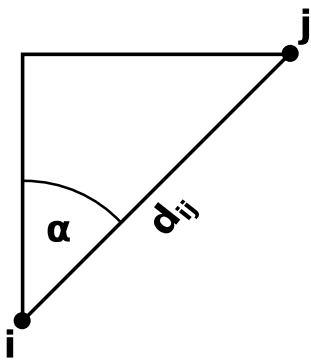
KAISER és WALSH (2010)-es tanulmányukban a fenti algoritmus többféle módosítását is tárgyalják. Ezek többsége az általuk kitűzött speciális célt szolgálja (az úthálózat egy kiválasztott részének sajátos torzítását). Mivel dolgozatomban egy általános célú algoritmus megvalósítására törekedtem, ezeket a módosításokat figyelmen kívül hagytam. A szerzők azonban egy olyan módosítást is tárgyalnak, ami megoldást nyújt egy számomra is fontos problémára.

Tapasztalataim szerint ugyan az előző szakaszban bemutatott algoritmus képes létrehozni a pontok olyan konfigurációját, amelyben azok síkbeli távolsága a lehető legkisebb hibával megfelel az előre megadott időtérbeli távolságoknak, ez gyakran azzal jár, hogy a pontok egymáshoz képesti viszonya erősen torzul. Ezek a torzulások gyakran olyan mértékűek voltak, hogy a konfiguráció alapján készített térképi ábrázolás szemléletessége a használhatatlanságig csökkent. A szerzők a tanulmányban ennek kiküszöbölésére a fenti algoritmus egy olyan módosítását javasolják, amely az optimalizáció során arra törekszik, hogy megőrizze a pontpárok egymáshoz képesti irányszögét is.

A pontpárok közti irányszögváltozások minimalizálása a (2.4) kifejezés egy bővítésével érhető el:

$$x_i^{[t+1]} = x_i^{[t]} - w_a \sum_{j=1}^n ((x_i^{[t]} - x_j^{[t]}) - d_{i,j} \begin{bmatrix} \cos \alpha_{i,j} \\ \sin \alpha_{i,j} \end{bmatrix}), \quad (2.6)$$

ahol  $\alpha_{i,j}$  szög  $j$  pont  $i$  felől mért eredeti irányszöge,  $w_a$  pedig az a súlytényező, amivel az optimalizáció során figyelembe kívánjuk venni az irányszögek megőrzését a távolságok minél pontosabb torzításával szemben.

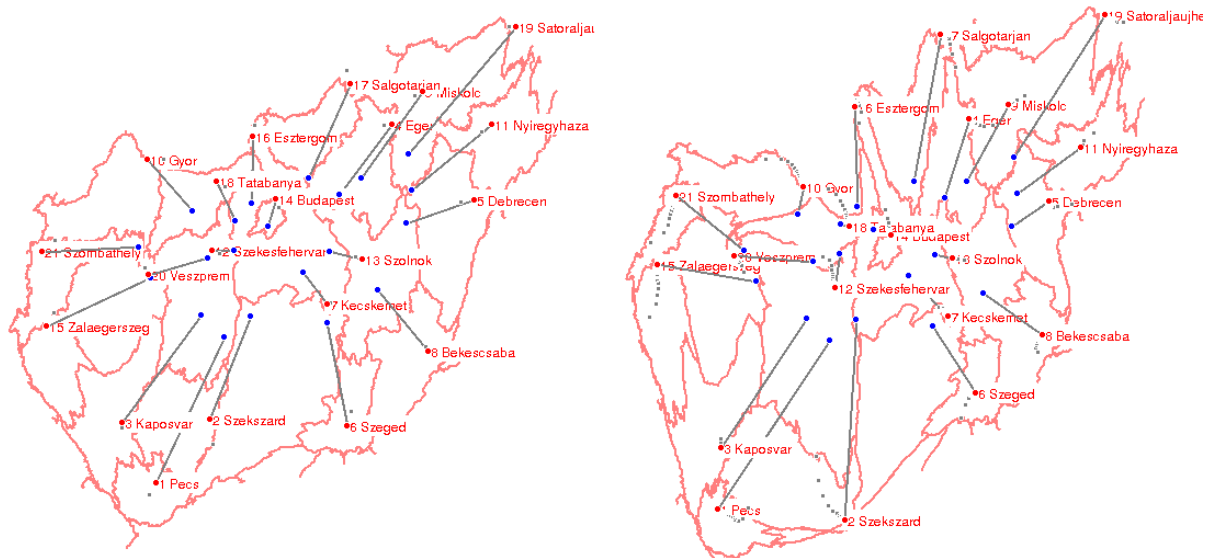


A módosítás szemléletes jelentése (2.4)-éhez hasonló. A kifejezés most is  $j$  pontok  $i$ -re gyakorolt összesített hatását vizsgálja, de  $i$  helyzetét úgy torzítja, hogy  $i$  pont  $j$ -hez képest egy „ideális” derékszögű háromszög átfogójának másik csúcsában helyezkedjen el. Az „ideális” háromszögben az átfogó hossza (a két pont távolsága) a pontpár időtérbeli távolságának, míg irányszögük  $\alpha_{i,j}$ -nek, vagyis az eredeti irányszögüknek felel meg.

2.6. ábra. Az irányszögek megőrzését célzó „ideális” derékszögű háromszög

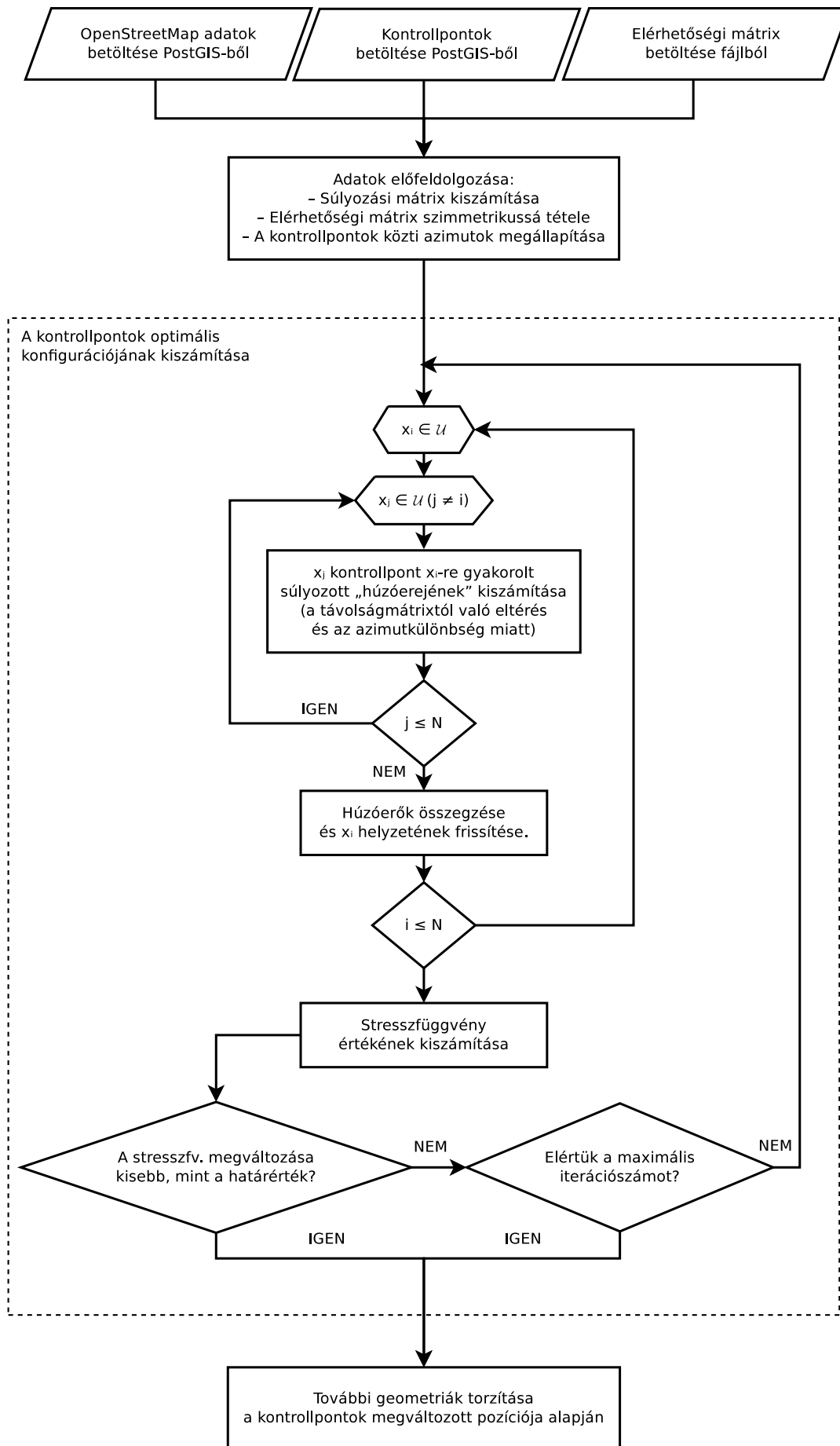
A háromszög két befogójának hossza az eredeti irányszög és a kívánt időtérbeli távolság alapján számolható. Ezeket a

két pont jelenlegi konfigurációjában elfoglalt helyzetével összehasonlítva megkapjuk, hogy tengelyenként milyen mértékű elmozdulás lenne szükséges a két pont eredeti irányszögének pontos megőrzéséhez.



2.7. ábra. Az optimalizáció eredménye az irányszögek megőrzésének figyelembevételével és anélkül

Az optimalizáció során ez az irányszög-megőrző hatás csak a súlyozásnak megfelelő mértékben tud érvényesülni. A súlyok megválasztásával szabályozható, hogy az algoritmus mire törekedjen inkább: a pontpárok időtérbeli távolságának minél pontosabb leképezésére, vagy az irányszögek és ezzel az ábrázolás szemléletességének megőrzésére. A munka során azt tapasztaltam, hogy ennek az aránynak a megválasztása mindig az aktuális feladattól kell, hogy függjön, értékére vonatkozó általános érvényű szabály nem igazán fogalmazható meg.



2.8. ábra. A dolgozatban használt algoritmus sematikus folyamatábrája

## 3. Az implementáció bemutatása

### 3.1. A választott szoftverkörnyezet bemutatása és indoklása

#### 3.1.1. Fejlesztőkörnyezet

Az algoritmus megvalósításához a MATLAB szoftvert használtam. Az 1987 óta fejlesztett MATLAB egy olyan általános célú matematikai és mérnöki programcsomag, amelyet numerikus számítások elvégzésére, adatfeldolgozásra és algoritmusok írására fejlesztettek ki. A szoftverkörnyezet képes adatok többféle forrásból való betöltésére (pl. relációsadatbázis-rendszerekből, Microsoft Excelből, valamint a legtöbb közismert fájlformátumból), valamint lehetővé teszi ezek közvetlen módosítását és ábrázolását. A szoftverkörnyezet a MATLAB programozási nyelv köré épül föl. A nyelv alaptípusa a mátrix: ennek megfelelően mind szintaxisa, mind beépített függvényei fel vannak készítve tetszőleges méretű és dimenziószámú tömbök kezelésére. Emellett a MATLAB ún. gyengén típusos és dinamikus típus-ellenőrzésű nyelv: a teljesítmény rovására ugyan, de nem követeli meg a változódeklarációt, és lehetővé teszi a változók értékének szabad, típustól független változtatását. Ezek miatt MATLAB-ban más, alacsony szintű programozási nyelvekhez képest gyorsabban és kevesebb munkával valósíthatóak meg algoritmusok, ezért döntöttem a használata mellett.

#### 3.1.2. A térképi adatok forrása: OpenStreetMap

Az *OpenStreetMap* projekt<sup>1</sup> (közismert rövidítésével OSM) egy, a Wikipédiához hasonló közösségi alapon szerkesztett, szabadon hozzáférhető<sup>2</sup> és módosítható<sup>3</sup> világtérkép elkészítését tűzte ki céljául. A 2004-ben létrehozott kezdeményezés mögött

---

<sup>1</sup><http://www.openstreetmap.org>

<sup>2</sup>Az OpenStreetMap adataira az Open Data Commons Open Database License licenc (ODbL; <http://opendatacommons.org/licenses/odbl/>) vonatkozik.

<sup>3</sup>A szerkesztőknek el kell fogadniuk az OpenStreetMap Contributor Terms dokumentumot ([http://www.osmfoundation.org/wiki/License/Contributor\\_Terms](http://www.osmfoundation.org/wiki/License/Contributor_Terms)).

2006 óta a nonprofit *OpenStreetMap Foundation* szervezete áll, segítve a projekt fejlődését és biztosítva az adatok szabad hozzáférhetőségét. Az OpenStreetMap – más online térképszolgáltatásokkal ellentétben – elsődleges céljának nem egy térképi ábrázolás, hanem egy adatbázis létrehozását tekinti. Ezzel összhangban a projekt weboldalán nem csak egy képernyőtérkép érhető el, hanem bármely területről letölthető az ott elhelyezkedő térképi objektumok adatbázisa is. Innen származnak az általam használt adatok is.

Az adatbázis az OSM saját, XML-alapú formátumában érhető el. Ezt a munka megkezdése előtt az OSM-adatok átalakítására fejlesztett *osmosis*<sup>4</sup> programmal dolgoztam föl és töltöttem be egy PostGIS-adatbázisba.

Hogy az adatokhoz egyszerűen hozzáférhessek MATLAB-ban, az adatbázisban létrehoztam két olyan függvényt, amelyek segítségével az OpenStreetMapen használt címkék alapján lehet térképi objektumokat (pontokat és töröttvonalakat) lekérdezni. Így pl. a

```
SELECT * FROM mt_nodes_by_tag('place=city,town');
```

lekérdezés a Magyarország városait jelképező pontokat, míg a

```
SELECT * FROM mt_ways_by_tag('boundary=administrative_□  
admin_level=2,3,4,5,6');
```

lekérdezés pedig az ország közigazgatási határvonalait adta vissza.

## 3.2. A megvalósítás folyamata

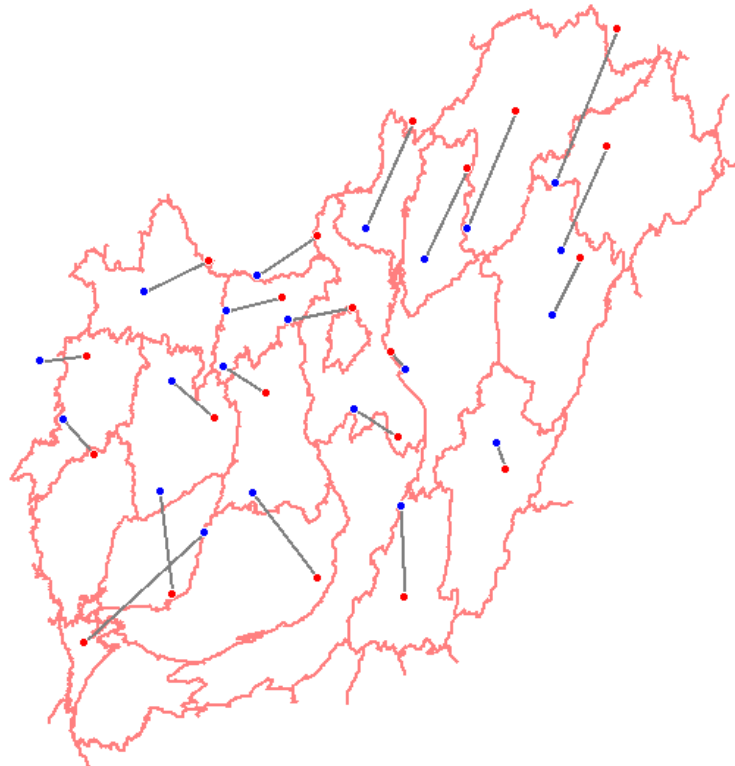
Ebben a szakaszban bemutatom az előző fejezetben ismertetett algoritmus MATLAB-ban való megvalósítását, a munka közben felmerült problémákat és ezek megoldását.

### 3.2.1. Problémák a nem-teljes távolságmátrixokkal

A fejlesztés kezdeti szakaszában – más adatok hiányában – sokáig saját magam által készített időbeli távolságokat megadó mátrixokat használtam, ad-hoc megválasztott adatokkal. Ezeknél a mátrixoknál csak néhány kontrollpont-pár távolságát módosítottam, minden más pár esetén a kapcsolatot nem definiálnak, figyelmen kívül hagyandónak tekintetem. Ez több problémát is fölvetett.

<sup>4</sup><http://wiki.openstreetmap.org/wiki/Osmosis>

A tapasztalatok szerint minél sűrűbb a távolságmátrix, azaz minél több kontrollpont-pár kapcsolatára vonatkozó adatot tartalmaz, annál szemléletesebb a kialakuló ábrázolás és annál kevésbé hajlamos az algoritmus jellegzetes, a fejlesztés során sokszor tapasztalt „hibák” elkövetésére, pl. bizonyos pontok helyzetének túlzónak tűnő megváltoztatása, a topológia értelmezhetetlenségig való torzítása stb. Megjegyzendő, hogy a stresszfüggvény minimalizálása – a megadott feltételek mellett – általában ezekben az esetekben is sikerült, tehát a megoldás matematikai értelemben „jó” volt ugyan, a térképi ábrázolás szemléletessége azonban nagy mértékben sérült.



3.1. ábra. Topológiai sérülések és pontok túlzott elmozdulása egy ad-hoc megadott távolságmátrix esetén

Felmerült továbbá, hogy ezeket a torzulásokat elkerülendő van-e lehetőség a mátrix valamilyen módszerrel történő „sűrítésére”. Annak érdekében, hogy a kontrollpontok torzított helyzete hasonló maradjon az eredeti konfigurációhoz, a mátrix „üresen maradt” helyeit a pontpárok földrajzi távolságával töltöttem ki. Így az optimalizáció során azoknak a pároknak a távolsága, amelyeket eredeti szándékom szerint is helyükön akartam hagyni, nem módosult túl nagy mértékben, megőrizve ezzel az eredeti, földrajzi elhelyezkedésükhöz hasonló képet. Így azonban a torzítani kívánt távolságok szerepe csökkent, a „fontosnak” ítélt kontrollpont-párok távolsága kevésbé tükrözte a távolságmátrixban megadott értéket. Ezt megelőzendő a további próbálkozásaim során ezeket kiemeltem úgy, hogy súlyukat egy előre adott tényezővel (általában 10 valamilyen alacsony hatványával) szoroztam. Megpróbáltam továbbá



az utólag „sűrített” távolságokat a távolság nagyságával fordítottan súlyozni, hogy a kontrollpontok elmozdulására az azokhoz közelebbi pontok hassanak jobban. Úgy találtam, hogy ezek a próbálkozások valamennyire javítják a kialakuló kép minőségét, igazán szemléletes ábrázolások létrehozásához viszont kevésbé alkalmasak.

Az időbeli távolságokat tartalmazó mátrixok később, a valós időbeli elérhetőségekről készült adatsorok esetén sem voltak minden esetben teljesekek. Az ezekkel való munka során azt tapasztaltam, hogy amennyiben a mátrix sűrűbb, úgy az ábrázolás szemléletesebb, de az optimalizációs probléma bonyolultabb (több szempontot kell figyelembe venni), így a kialakult ábrázolás hibája nagyobb, kevésbé pontosan tükrözi a kívánt időbeli távolságokat. Ritkább mátrixok esetén az optimalizáció könnyebb, de az ábrázolás tapasztalataim szerint szubjektíve rosszabb. Ezekben az esetekben viszont – ismerve az adatok eredetét, jelentését – további lehetőségek is adódhatnak a ritka mátrix további elemeinek meghatározására. Egy vasúti elérhetőségi időkből készült távolságmátrix esetén például  $|AB|$  városok közti hiányzó adatra jó becslést adhat, ha ismert mindkét város elérhetősége egy harmadikhoz ( $C$ ) képest, és az  $|AC| + |BC|$  elérhetőségi időket összegezzük.

### 3.2.2. Az *out-of-sample* probléma

Az előző fejezetben ismertetett algoritmus csak az előre megadott kontrollpontok időtérbeli helyzetét adja meg, a földrajzi tér többi pontjában viszont nincs értelmezve. Ez az MDS azon tulajdonságának köszönhető, hogy a kontrollpontok mindegyikének helyzete függ a többi pont helyzetétől, így egy  $n + 1$ -edik pont felvétele újabb  $n$  darab távolság figyelembevételét igényelné. A távolságok száma  $n$  kontrollpont esetén az  $n$ -pontú teljes gráf élszáma ( $\frac{n(n-1)}{2}$ ). Belátható, hogy ennek az optimalizációs problémának a megoldása  $n$  már relatíve alacsony értékeinél is irreálisan magas futási időt igényelne. Ez a korlátozás a szakirodalomban az ún. *out-of-sample* („mintán kívüli”) problémaként ismert (BENGIO és PAIEMENT, 2004). Ahhoz, hogy a kontrollpontok földrajzi környezetében fekvő térképi tartalmakat is torzíthassuk, valamilyen más lehetőséget kell keresnünk.

A szakirodalom többféle megoldást ismer: TROSSET és PRIEBE (2008) egy legkisebb négyzetek módszerén alapuló megoldást kínál, KAISER és WALSH (2010) a függvénynt mesterséges neuronhálózat használatával közelítik, míg AGARWAL et al. (2010)-ben a szerzők olyan megoldást javasolnak, amellyel egy nagyméretű, adatfolyamszerűen érkező ponthalmaz folyamatosan transzformálható MDS-sel, így az *out-of-sample* probléma föl sem merül.

Ebben a dolgozatban a fenti megoldásoktól eltekintettem és az egyszerűség kedvéért a kontrollpontokon kívüli térképi tartalmakat *inverse distance weighting* (távolsággal fordítottan arányos súlyozás) segítségével torzítottam, azaz minden  $u \in \mathbb{R}^2$  síkbeli pontra kiszámoltam az:

$$\hat{u} = u + \sum_{i=1}^n \frac{w_{u,i}(\|\hat{x} - x\|)}{\sum_{j=1}^n w_{u,j}}, \quad (3.1)$$

kifejezést, ahol

$$w_{u,i} = \frac{1}{\|u - x\|^p}, \quad (3.2)$$

$\hat{u}$  a síkbeli pont torzított változata,  $x, \hat{x} \in \mathbb{R}^2$  pedig a kontrollpontok eredeti illetve torzított pozíciója a síkban. Ez szemléletesen azt jelenti, hogy a térképi pontok időtérbeli helyzetét a kontrollpontok relatív elmozdulása határozza meg, olyan módon, hogy ezeket az elmozdulásokat a pont és a kontrollpont közti távolsággal súlyoztam, majd átlagoltam.

### 3.2.3. A méretarány kérdése

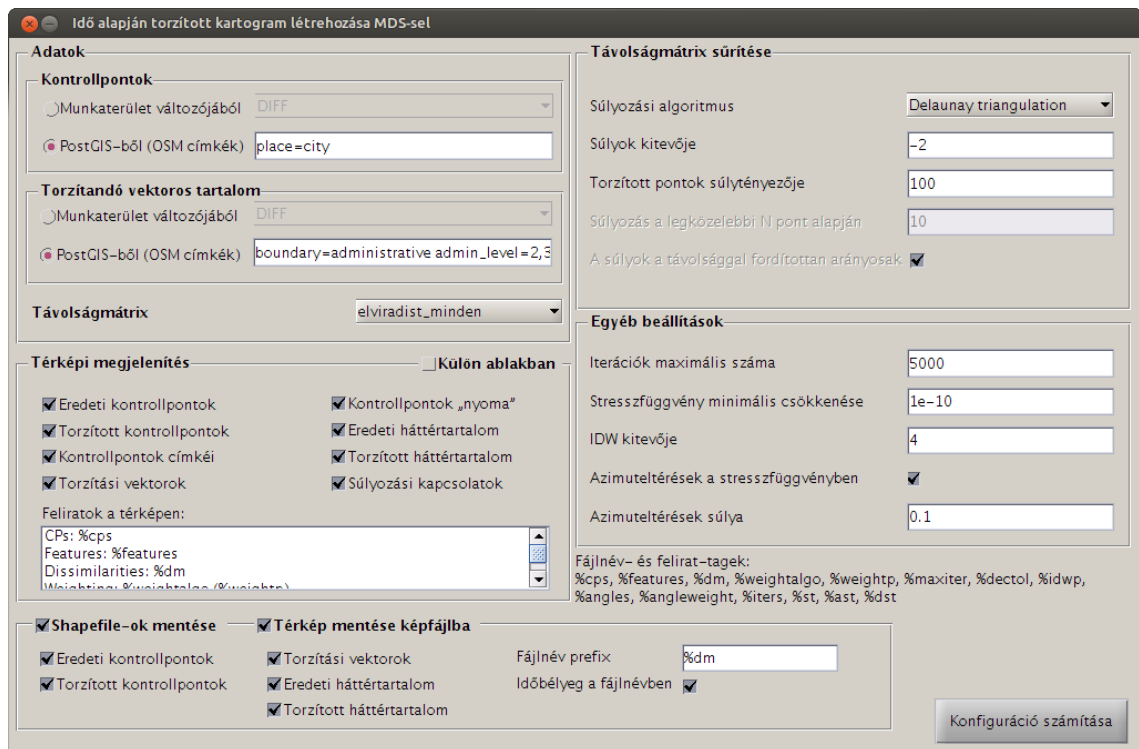
Az időben torzított kartogramokon a térképi hosszak nem földrajzi hosszakkal, hanem idővel arányosak. A probléma bonyolultsága miatt viszont ritkán van lehetőség olyan ábrázolás létrehozására, amelyre ez minden további nélkül igaz. Az MDS-en alapuló algoritmusok még nagyon alacsony stressz-értékű (kvázi tökéletes) megoldás megtalálása esetén is csak a kontrollpontok közti hosszak időarányosságát tudják garantálni, az időtér többi pontjáról nem nyújtanak információt. A munka során viszont úgy tapasztaltam, hogy a legtöbb valós földrajzi időteret modellező esetben az algoritmus ennek a kvázi tökéletes megoldás létrehozására sem alkalmas, csak közelítően jó megoldások megtalálására képes. Ez azt jelenti, hogy az ábrázolás szemléletes és tükrözi ugyan az időterek tulajdonságait, de azok mérésére, vagy számszerű összehasonlítására alkalmatlan. Emiatt az általam készített ábrázolásokon azok időbeli méretarányát nem tüntettem föl (pl. vonalas mérték segítségével), mivel az megtévesztő lett volna.

### 3.2.4. Vetületi transzformáció

A kartogramokat készítő algoritmus síkbeli koordinátákat használ, viszont a térképi adatok és a kontrollpontok helyzete is földrajzi koordinátákkal volt adott. Emiatt az algoritmust úgy valósítottam meg, hogy az időtérbe való torzítás előtt mind a kontrollpontokat, mind a többi térképi tartalmat a Mercator-vetület segítségével egy síkkoordinátarendszerbe vetítettem. A Mercator-vetületre azért esett a választásom, mert a matematikai szempontból egyszerű transzformáció nagy adatmennyiség esetén is alacsony futási időket biztosított. Az algoritmus futása után az adatokat földrajzi koordinátákká alakítottam vissza, hogy azokat általánosan felhasználhatóvá tegyem, illetve térinformatikai szoftverbe exportálhassam további feldolgozásra.

## 3.3. A kész program működésének bemutatása

### 3.3.1. Felhasználói felület

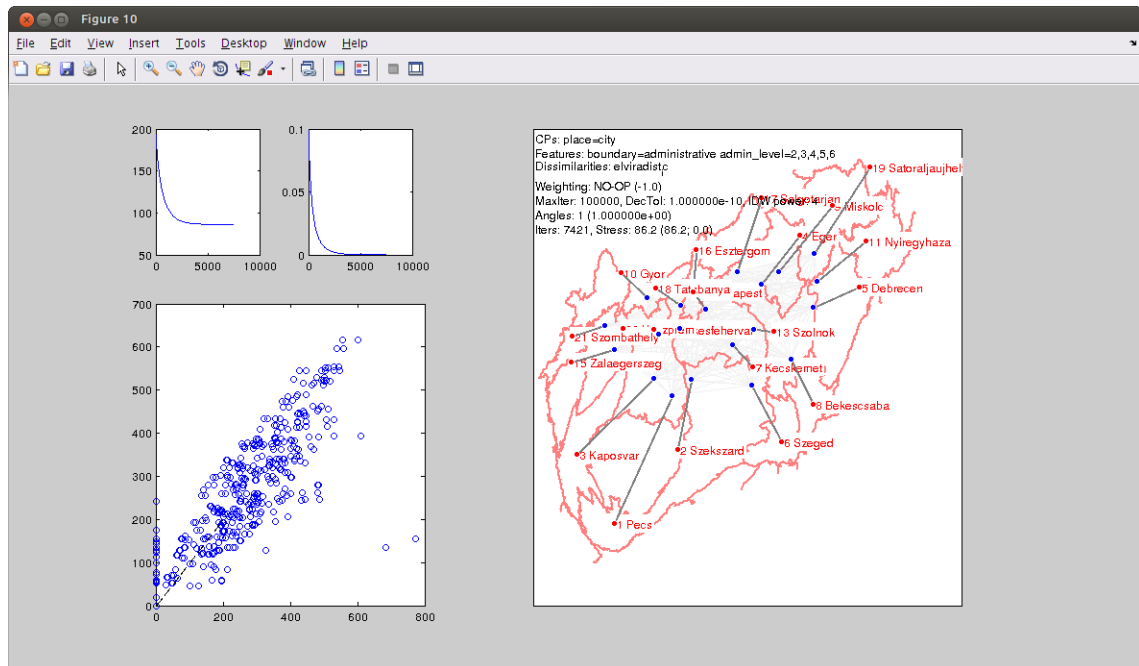


3.2. ábra. A program felhasználói felülete MATLAB-ban

A MATLAB-ban megírt algoritmushoz egy egyszerű felhasználói felületet is készítettem a munka megkönnyítése érdekében. A felület a következő opciókat biztosítja a felhasználó számára:

- adatok (a kontrollpontok, a távolságmátrix és a torzítandó vektoros térképi tartalmak) betöltése (PostGIS-ből vagy egy MATLAB-változóból);
- az algoritmus paramétereinek megadására:
  - iterációk maximális száma,
  - a stresszfüggvény minimális csökkenése két iteráció közt,
  - a kontrollpontok közti azimutváltozás figyelembevétele és ennek stresszfüggvénybeli súlya,
  - a háttértartalmak torzításához használt fordított távolságarányos súlyozás kitevője;
- a térképi megjelenítés szabályozása:
  - eredeti és torzított kontrollpontok és címkéik (pl. városnevek) megjelenítése,
  - eredeti és torzított térképi tartalmak megjelenítése,
  - a kontrollpontok elmozdulását mutató vektorok megjelenítése,
  - a kontrollpontok helyeinek megjelenítése iterációnként,
  - a kontrollpontok közti kapcsolatok megjelenítése,
  - az algoritmus futásával kapcsolatos adatok megjelenítése a térkép sarkában;
- az esetleges távolságmátrix-sűrítés paramétereinek beállítása;
- a kapott adatok exportálása:
  - ESRI shapefile-ok exportálása térinformatikai szoftverekbe,
  - a térképi ábrázolás mentése képfájlként.

### 3.3.2. A futás eredményeként kapott ábrázolás



3.3. ábra. A program kimeneti ablaka

A program futása során kapott eredményt több ábrán jelenítettem meg. A térképi ábrázolás mellett (amin a feljebb felsorolt elemek jelenhettek meg) az ablakban helyet kapott még a stresszfüggvény csökkenését és az irányszög-eltérések csökkenését mutató görbe, valamint az MDS-sel kapott megoldás jóságát mutató Shepard-diagram. Mivel a térképi ábrázolás csak a megoldás jóságának ellenőrzését szolgálta, nem pedig végleges, „nyomdakész” térképek készítését, annak jelkulcsa igen egyszerű volt.

### 3.3.3. Az algoritmus teljesítménye

A kész programot egy Intel Core i7 2.20 GHz órajel-frekvenciájú processzorral rendelkező számítógépen, egy szálon, GNU/Linux alapú operációs rendszer alatt futtatam. A különböző adatsorok esetén a futási idők öt futtatás alapján számolt átlaga a következő módon alakult:

Látható, hogy az algoritmus két szakasza közül a kontrollpontok MDS-sel való torzítása az erőforrásigényesebb, az inverz távolságarányos súlyozással való interpoláció a pontok nagy száma ellenére nagyon gyors. Ez feltételezhetően a MATLAB által, futási időben végrehajtott optimalizációnak köszönhető.

Adatsor	Iterációk száma	Kontrollpontok torzítása	Térképi tartalmak torzítása	Összidő
Magyarország vasúti időtere	5000	21 pont; 389 kapcsolat; 9,12 mp	47564 pont; 1,97 mp	11,09 mp
Budapest tömegközlekedési időtere	5000	59 pont; 119 kapcsolat; 12,52 mp	9181 pont; 0,42 mp	12,94 mp

3.1. táblázat. Futási idők különböző adatsorok esetén

A futási idők az algoritmus általam használt alkalmazásánál nem jelentettek akadályt, azonban más típusú felhasználásnál többféle probléma is felmerülhet. Egyrészt látható, hogy az algoritmus már ilyen relatíve kis problémaméretnél sem alkalmas a térképi geometriák valós időben való torzítására. Ez probléma lehet, ha a célunk pl. autós navigációban használt térképek folyamatos, a jármű változó földrajzi helyzetétől függő torzítása. Erre megoldást jelenthet az algoritmus további optimalizációja, vagy valamilyen alacsonyabb szintű programnyelven való újbóli megvalósítása. További gyorsulást jelenthet, ha a megjelenítéshez használt vetítés előre ismert, és így nincs szükség az adatok oda-vissza transzformációjára.

Másrészt tapasztalataim szerint a futási idő nagyban függ az algoritmus paramétereitől: az adatsortól, a maximális iterációszámtól és a stresszfüggvény relatív csökkenésének határértékétől, amit szintén kilépési feltételként használunk. Úgy tapasztaltam, hogy ezeknek a feltételeknek a konkrét értékét minden adatsorra külön-külön, tapasztaltai úton kell meghatározni ahhoz, hogy a leginkább szemléletes ábrázolást kaphassuk. Nem találtam olyan megoldást, amely minden esetben szemléletes ábrázoláshoz vezetett volna.

## 4. Az elkészített kartogramok

Az előző fejezetben bemutatott program segítségével kétféle idő alapján torzított ábrázolást valósítottam meg. Mindkét adatsor egy-egy magyarországi tömegközlekedési hálózat időterét képezi le. Ezek kiválasztásánál arra törekedtem, hogy az adatok különbözőek legyenek, hogy az algoritmus működését több szempontból is megvizsgálhassam.

A térképi adatok az előző fejeztben tárgyaltakhoz mérten az OpenStreetMapből származtak, de a kontrollpontok helyzetét és az időtérbeli távolságadatokat mindkét feladat esetén különböző forrásokból szereztem be. Ezeket a vonatkozó szakaszokban bemutatom. Az előfeldolgozás után az adatokat elérhetővé tettem MATLAB-ban, alkalmaztam rájuk a bemutatott algoritmust, majd a torzított tartalmakat ESRI shapefile-okba mentettem el. Az így kapott adatok térképi ábrázolását a nyílt forrású Quantum GIS térinformatikai szoftver segítségével végeztem el. A kész ábrázolások utófeldolgozása Adobe Photoshop segítségével történt.

A következőkben bemutatom a kétféle adatsor beszerzésének és feldolgozásának menetét. A kész térképi ábrázolásokat a mellékletek között mutatom be.

### 4.1. Magyarországi városok vasúti elérhetősége

A vasúti időtérrel kapcsolatban arra kérdésre próbáltam választ találni, hogy mennyiben különbözik az útidő InterCity vonatokkal való utazáskor, összehasonlítva azzal, ha az utazás során csak személy-, sebes- és gyorsvonatokat veszünk igénybe. Feltételeztem, hogy amennyiben az InterCity-vel való utazás csökkenti az átlagos utazási időket, úgy ennek a különbségnek az ezek szerint torzított kartogramon is tükröződnie kell.

### 4.1.1. Adatok forrása

A vasúti időtérre vonatkozó adatokat (közvetett módon) a MÁV által üzemeltetett internetes menetrendi felületről, az Elviráról szereztem be. Az Elvira sajnos nem biztosít olyan felületet, amin keresztül a menetrendi adatok számítógép által feldolgozható formában letölthetők lennének. Létezik azonban egy nem hivatalos, nem az Államvasutak által üzemeltetett interfész<sup>1</sup>, amin keresztül ezek az adatok egy webszolgáltatáson keresztül hozzáférhetők.

Az adatok lekérdezését egy Python nyelven írt programmal hajtottam végre. A webszolgáltatás bemeneti paraméterként a kiindulási és a célállomás nevét valamint egy dátumot vár. A lekérdezés eredménye a két állomás között, a megadott napon induló összes vonat részletes menetrendi adatait tartalmazza. Az adatsorban 21 magyarországi város<sup>2</sup> közti páronkénti adatokat kérdeztem le. A kapott eredményt először a kérdéses vonattípusokra szűrtem: az egyik esetben csak az InterCity-k adatait vettem figyelembe, a másik esetben csak azokat a vonatokat, amik nem azok. Amennyiben az adott napon egy várospár közt több szerelvény is közlekedett, úgy azok útidejét átlagoltam.

### 4.1.2. Adatfeldolgozás

Az így kapott útidőket egy vesszővel elválasztott mezőket tartalmazó állományba (CSV) exportáltam, majd ezt MATLAB-ba töltöttem be. Mindkét esetben előfordult, hogy egy-egy várospár közt az adott napon a menetrend szerint nem volt vasúti összeköttetés. Ezekben az esetekben a várospár időbeli távolságát nullának tekintettem. A program futása során ezeket az értékeket figyelmen kívül hagytam, az algoritmus így ezek időbeli távolságának optimalizációjára nem törekedett.

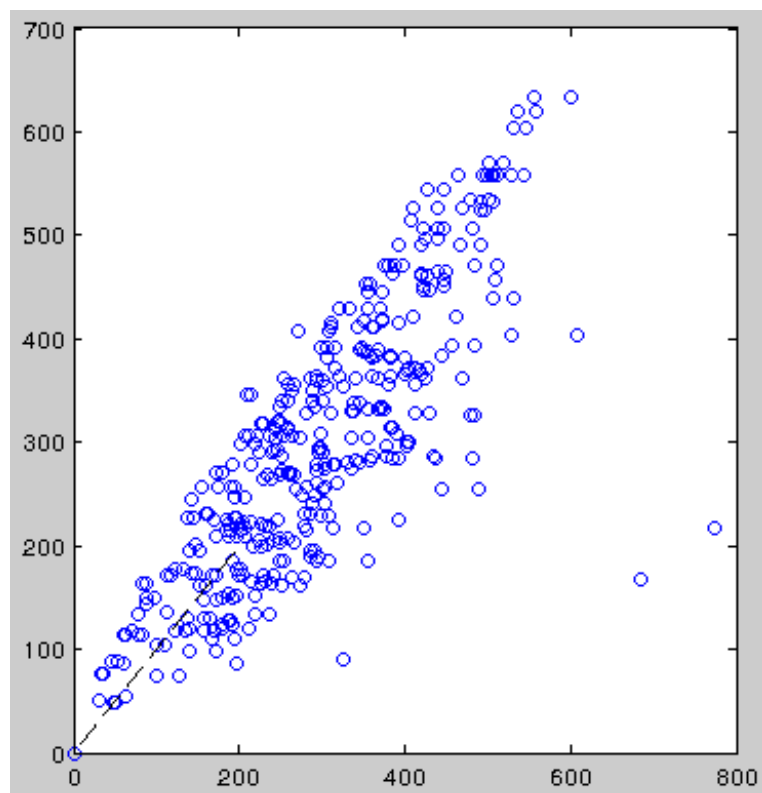
Az adatsor a néhány hiányzó elem ellenére a legtöbb esetben egy majdnem teljes elérhetőségi gráfot alkotott. Ebben az esetben az algoritmusnak szinte minden pontpár közti időbeli távolságot figyelembe kell vennie. A probléma bonyolultságát tovább növelte, hogy törekedtem a pontok közti irányszögek megőrzésére is, így a pontpárok közti távolság optimalizálása kevésbé tudott érvényesülni. Feltételeztem, hogy ezek miatt az optimalizáció csak részben fogja tudni leképezni a kívánt távolságokat. Ebben a feltételezésben a kívánt és kapott adatokat összehasonlító Shepard-diagram is megerősített:

---

<sup>1</sup>Az API végpontja az <http://apiv2.oroszi.net/elvira> címen, dokumentációja a <https://bitbucket.org/oroce/elvira-api/wiki/Home> címen érhető el.

<sup>2</sup>Azokat a városokat választottam ki, amelyek az OpenStreetMap-ből letöltött adatbázisban a „place=city” címkével rendelkeznek. Az OpenStreetMap konvenciói alapján ezt a címkét az „adott területen található legnagyobb méretű települések” kapják meg (<http://wiki.openstreetmap.org/wiki/Tag:place=city>).





4.1. ábra. A vasúti közlekedés időtere alapján futtatott optimalizáció Shepard-diagramja

Mint a diagramon látható, a pontpárok közti távolságok csak részben felelnek meg a kívánt időbeli távolságoknak. A fentieknek köszönhetően a létrehozott ábrázolások szemléletesen érzékeltették ugyan a kétféle időtér közti különbséget, de arra nem alkalmasak, hogy azokon számszerű méréseket végezzünk.

### 4.1.3. Térképi megjelenítés, az eredmények értékelése

A térképi megjelenítéshez a kapott shapefile-okat Quantum GIS-be importáltam. Mivel a készülő térképi ábrázolás célja a kétféle időtér összehasonlítása volt, úgy döntöttem, hogy ezeknek egy-egy színt fogok megfeleltetni. A személy-, sebes- és gyorsvonatok időterének megjelenítéséhez a zöld színt, az InterCity-ket jelképező időtérhez pedig egy kék árnyalatot használtam. Törekedtem harmonikus, de ugyanakkor kellőképp eltérő színek használatára.

A városok időtérbe torzított pozícióin kívül a térképen az ország közigazgatási határait (ország- és megyehatárok, valamint a főváros határa) jelenítettem meg. Az egy időtérhez tartozó rétegek esetén konzekvensen az adott időteret jelképező szín különböző árnyalatait használtam: sötétebb árnyalatot kaptak a városok pozícióit jelképező pontok és az országhatár, egy világosabb árnyalatot a megyehatárok (érezkeltetve a közigazgatási határok közti viszonyt), az ország területét pedig egy világos

színnel töltöttem ki. Mivel a MATLAB-ból exportált shapefile-ok nem poligonokat, hanem töröttvonalakat tartalmaztak, ezeket előbb át kellett alakítanom poligonná, hogy kitöltésüket beállíthassam. Ehhez a menüből a *Vektor* → *Geometria eszközei* → *Vonalak felületté* opciót választottam.

A két időtér közti méretbeli csökkenést érzékeltetendő, az egy-egy várost jelképező két pontot nyilakkal kötöttem össze. A nyíl színéül semleges színeként a fehéret választottam. A nyíl ezen kívül fekete keretet is kapott, hogy az ország területének világos árnyalatain is látható maradjon. Úgy tapasztaltam, hogy a nyilak jól láthatóvá teszik a városok két időtér közti elmozdulását, illetve a sugárirányú elhelyezkedésük jól demonstrálja, hogyan csökkennek az időbeli távolságok, hogyan válik kisebbé az ország időbeli területe a gyorsabb, InterCity-vel való közlekedés esetén.

Névrajzként az ábrázoláson csak a városok neveit helyeztem el. A vároneveket az egyik időtér pontjaihoz rendeltem attribútumként, majd a réteg *Tulajdonságok* → *Címkék* → *Címkézd a réteget ezzel* opció legördülő menüjében ezt a mezőt választottam. Mivel a meglehetősen ritka térképi tematika megengedte, a nevek betűméretét viszonylag nagyra választottam meg. Ezen kívül a nevek körül egy félig áttetsző fehér keretet is elhelyeztem, ezzel kiemelve őket és javítva olvashatóságukat.

Először a címkék automatikus elhelyezését választottam, de így néhány városnév fedte a hozzá tartozó pontok vagy nyíl valamelyikét. Emiatt néhány pont esetén manuális címkeelhelyezésre váltottam. Ehhez a réteghez tartozó attribútumtáblában három mezőt hoztam létre a címke vízszintes és függőleges irányú elhelyezkedésének, valamint elforgatásának tárolására. Ezek után a neveket, amennyiben a környező térképi elemek megengedték, a várost jelképező elemek alatt, középen helyeztem el. Amennyiben erre nem volt lehetőség, a címke a pontok fölé került.

## 4.2. Budapest villamosközlekedésének idő alapján torzított kartogramjai

Második feladatként Budapest villamosközlekedésének időterét ábrázoltam. Azt szerettem volna bemutatni, hogy a főváros villamosközlekedésének huszadik századi fejlődésével, változásával hogyan módosulnak az időbeli elérhetőségek a városon belül.

### 4.2.1. Adatok forrása

### 4.2.2. A budapesti villamosközlekedés adatai

A villamosközlekedéssel kapcsolatos térinformatikai adatokhoz Herczeg Balázs szakdolgozatához készített webalkalmazás adatbázisából jutottam hozzá. A szerző a szakdolgozatban a budapesti tömegközlekedést vizsgálja. Bemutatja annak történeti szempontjait, perspektívaváltásait, majd a kötöttpályás közlekedésre fókuszálva egy olyan webalkalmazást hoz létre, amelyen bemutatja, hogy a huszadik század második felében hogyan módosultak a kötöttpályás járművek útvonalai a fővároson belül. Az alkalmazás lehetővé teszi, hogy egy időpontot kiválasztva egy térképen megtekintsük, hogy az adott időpontban milyen trolibusz-, HÉV- és villamosvonalak közlekedtek Budapesten. HERCZEG, 2012

### 4.2.3. Villamos útidők

A webalkalmazáshoz kötődő adatbázis csak a villamosvonalak földrajzi elhelyezkedését illetően nyújtott támpontokat, azok utazási idejét illetően viszont nem. Ezeket az adatokat a villamosok.hu weboldalról tudtam beszerezni. Ez az oldal a huszadik század legelejéig (1910-ig) visszamenően tartalmazza a budapesti villamosjáratok menetrendi adatait. Az oldalról az 1960, 1970, 1980, 1990, 2000 és 2010 évek menetrendi adatait töltöttem le, és ezeket egy vesszővel tagolt állományban, „viszonylatszám, útidő” formátumban tároltam.

### 4.2.4. Adatfeldolgozás

A járatok térinformatikai adatait egy PostGIS-adatbázisba töltöttem be, majd létrehoztam egy olyan függvényt, ami lehetővé tette, hogy a táblából kiválasszam az összes, egy megadott időpontban létező villamosvonal adatait. Mivel az adatbázis a vonalak létrejöttének és megszűnésének időpontját tartalmazta, feltételként azt szabtam meg, hogy minden olyan sor kiválasztásra kerüljön, amely esetén a paraméterként megadott dátum eközött a két érték közt van, vagyis a vonal *már létrejött, de még nem szűnt meg*. Ezen kívül figyelmen kívül hagytam minden kötöttpályás, de nem villamos típusú viszonylatot. Mivel az adatbázis egy-egy viszonylat mindkét irányba tartó vágányát tartalmazta, a lekérdezés során ezeket a duplikátumokat is kiszűrtem. A lekérdezés eredménye minden sorban egy villamos-viszonylatszám, és az ahhoz tartozó pályát leképező töröttvonal típusú geometria volt.

A két adatforrásból származó adatok összehasonlítására MATLAB-ot használtam: olyan függvényt hoztam létre, amely képes egy paraméterként kapott évszám alapján létrehozni a főváros adott naptári évére vonatkozó villamosközlekedés útidő-mátrixát.

Ehhez a viszonylatszám alapján összehasonlítottam a két forrásból származó adat-sorokat: azokat a sorokat, amelyek valamelyik adatforrásban nem szerepeltek (jellemzően a villamosok.hu menetrendi adatai voltak bővebbek), eldobtam.

#### 4.2.5. Problémák az adatfeldolgozás során

A fenti adatfeldolgozási munka során arra derült fény, hogy az így kapott adatok az általam írt algoritmussal nem használhatóak közvetlenül idő szerint torzított kartogram létrehozására.

Mivel a villamosok.hu weboldalon szereplő menetrendi adatok csak a viszonylatok teljes útidejét tartalmazták, nem volt lehetőség az útidők megállók szerinti vizsgálatára. Lehetőség lett volna az útidő részekre bontására: a villamospályák töröttvonalainak minden pontpárjára kiszámolható azok távolságából az adott távolságra eső útidő-töredék, így ezek a pontpárok mind szerepeltethetőek az útidő-mátrixban. Ezt a lehetőséget hamar elvettem, mivel ez olyan bonyolultságú problémát eredményezett volna, amit az algoritmus biztosan nem tud megoldani.

Ehelyett úgy döntöttem, hogy az általam írt függvényt úgy bővíttem, hogy az a kiválasztás során a PostGIS-ben elérhető `ST_Simplify()` függvény segítségével egyszerűsítse a villamospályák töröttvonalait. Az egyszerűsítés mértékét szabályozva tapasztalati úton arra jutottam, hogy az egyetlen, reális problémaméretet eredményező lehetőség az, ha csak a villamospályák első és utolsó pontját veszem figyelembe, és ehhez a pontpárhoz rendelem a menetrendi adatokban szereplő útidőt.

További próbálkozásaim során úgy találtam, hogy ez is csak kevés esetben lehetővé teszi az időtér-ábrázolás létrehozását, sok esetben nem jön létre szemléletes ábrázolás. Feltételeztem, hogy ez (az előző fejezetben leírtak szerint) annak köszönhető, hogy az algoritmusnak átadott útidő-mátrix igen ritka, vagyis alapvetően különbözik a vasúti téridő ábrázolásánál használttól. Míg annak mátrixa majdnem teljes volt, addig ebben az esetben a mátrix szinte üres, a legtöbb pontot csak egyetlen másikkal köti össze útidő. A térinformatikai adatok vizsgálatakor ennek okát abban ismertem föl, hogy több olyan villamosvonalat is találtam, ahol a végállomás minden bizonnyal ugyanarra a közterületre esett, a villamospályák töröttvonalainak végpontja mégsem esett egybe, azok koordinátái kis mértékben, de különböztek.

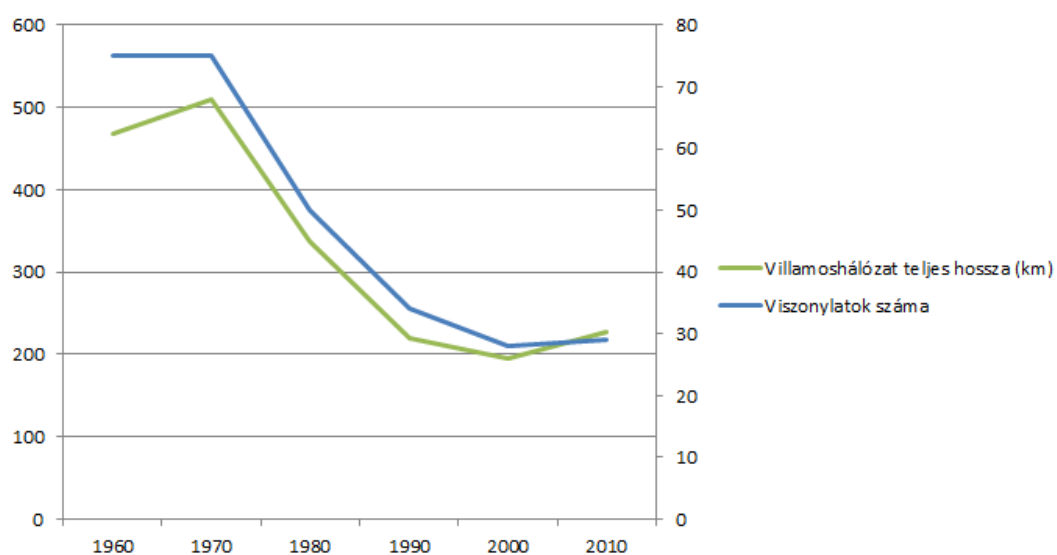
Emiatt a mátrixot létrehozó függvényt úgy módosítottam, hogy az a lekérdezésből kapott soroknál vizsgálja meg, hogy nem szerepel-e már a mátrixban olyan pont, amely a villamospálya kezdő- vagy végpontjához egy adott határértéknél közelebb helyezkedik el. Amennyiben volt ilyen pont, nem az új pont került be a mátrixba, hanem a már szereplő ponthoz társítottam egy új időbeli távolságot, kapcsolatot.

Az így létrehozott adatmodell-lel az algoritmus már néhány esetben képes volt szemléletes ábrázolások létrehozására. Sok esetben viszont ezek a próbálkozásaim sem vezettek célra: a pontok azonosságát feltételező sugár igen nagyra növelésével sem sikerült elérni, hogy megfelelő ábrázolás szülessen.

A problémák ellenére a részeredmények bemutatása mellett döntöttem. Így az 1960-tól 2010-ig megadott adatok közül a dolgozatban csak a főváros villamosközlekedésének 1960-as, 1970-es és 1990-es állapotát bemutató idő szerint torzított kartogramok szerepelnek, mivel ezek esetén sikerült létrehozni szemléletes ábrázolást.

#### 4.2.6. Az eredmények értelmezése

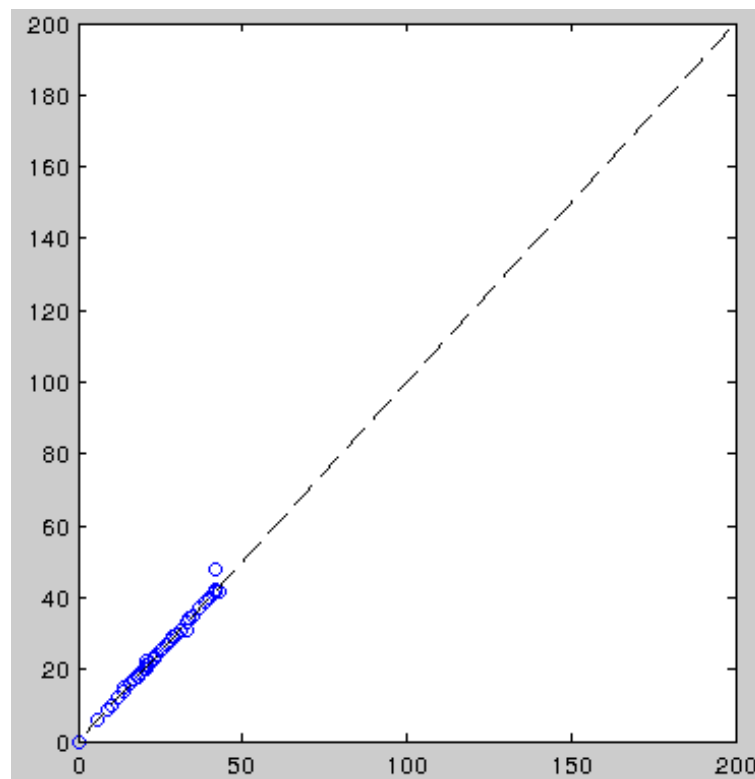
Az adatok megismerése előtt azt feltételeztem, hogy a vasúti időtérhez hasonlóan ennek a tömegközlekedési időtérnek a mérete is „csökkeni” fog az idő múltával a fejlesztéseknek, a gyorsabb járműveknek és az így rövidülő útidőknek köszönhetően. Ha a főváros tömegközlekedésének egészét vizsgálnánk, ez valószínűleg igaznak bizonyulna, azonban az adatok megismerésével kiderült, hogy a budapesti villamosközlekedés története más képet mutat.



4.2. ábra. Budapest villamosviszonylatainak száma és a hálózat teljes hossza (HERCZEG, 2012 adatai alapján)

A térinformatikai adatbázis alapján kiszámoltam a viszonylatok számát és a hálózat teljes hosszát. Ezek alapján az derült ki, hogy mindkét érték csökkenő tendenciát mutatott az elmúlt fél évszázadban. Ez megkönnyítette az eredmények értelmezését, hiszen a létrehozott idő szerint torzított ábrázolások sem támasztották alá az időtér méretének csökkenésével kapcsolatos feltételezésemet. A geometriák Quantum GIS-be való exportálása után megmértem a településhatárt jelképező poligonok méretét. Ezek alapján az elkészült három ábrázoláson az 1960-as állapot dőterének méretét 100%-nak tekintve az 1970-es időtér területe annak 67%-a, míg az 1990-es a 80%-a, az időtér mérete tehát 1970 és 1990 között nem csökkent, hanem nőtt.

A vasúti időtér-ábrázolás optimalizációs feladatához képest ebben a feladatban a torzítandó pontok száma magasabb, a köztük lévő kapcsolatok száma viszont alacsonyabb volt (lásd 3.1 táblázat). Mivel az optimalizációs feladat bonyolultságát elsősorban a kapcsolatok száma befolyásolja, ebben az esetben a feladat egyszerűbben megoldható volt, így pontosabb, a kívánt időbeli távolságokat jobban tükröző eredménye számítottam. Ezt alátámasztotta a megoldás jóságát mutató Shepard-diagram is. Ez alapján a legtöbb esetben úgy találtam, hogy a kapott ábrázolás nemcsak pontosabb a vasúti időteret ábrázolónál, de a legtöbb esetben a konfiguráció teljesen pontosan tükrözi a kívánt időbeli távolságokat.



4.3. ábra. A villamoshálózat időtere alapján futtatott optimalizáció Shepard-diagramja

### 4.2.7. Térképi megjelenítés

A vasúti időtér ábrázolásához hasonlóan ezeket az ábrázolásokat is a MATLAB-ból exportált shapefile-ok Quantum GIS-ben való feldolgozásával készítettem el. A térképi tematika is az előző ábrázoláshoz hasonlóan ritka.

A főváros torzított közigazgatási határán kívül a térképen a belterületi úthálózat legfontosabb vonalai és a Duna fővárosi szakasza szerepelnek. Ezeket azért tartotam fontosnak megjeleníteni, hogy a városhatáron belüli torzulási viszonyok is jól érzékelhetőek legyenek. Felmerült továbbá a villamoshálózat ábrázolásának lehetősége is, azonban úgy tapasztaltam, hogy annak torzított változata csak csökkentette volna a többi réteg szemléletességét és érdemben nem járult volna hozzá a kartogram értelmezhetőségéhez.

A kérdéses időszakban (1960–1990) a főváros kerületeinek száma egyszer még változott az 1950-es megtervezés és Nagy-Budapest létrejötte után (1994-ben Soroksár a XX. kerületből való kiválásával létrejött a XXIII. kerület), de ez a város területét nem befolyásolta. Így mindhárom kartogramon ugyanazt a közigazgatási határt használhattam. Ezt a réteget a térinformatikai szoftverben szürke alapszínnel ábrázoltam. Emellett a közigazgatási határt dupla, egy világosabb árnyalatú, de vastagabb és egy sötétebb, vékonyabb határvonallal láttam el.

A nagyobb folyók OpenStreetMapben kétféle módon szerepelnek: egy töröttvonal-geometria a folyó középvonalát jelöli, a folyó partvonalát pedig egy poligon típusú geometria adja meg. Munkám során először a Duna partvonal-poligonjának torzításával próbálkoztam. Mivel azonban az inverz távolságarányos súlyozás a különböző pozíciójú pontokra másképp hat, a folyó két partvonala különböző módon torzult, ami zavaró volt, így végül a középvonal torzítása mellett döntöttem. A folyó vonalát világoskék színnel ábrázoltam.

Az utak közül főképp a Nagykörutat, illetve az országos főutak ebből kiinduló sugárirányú szakaszait ábrázoltam. A Dunán áthaladó hidak közül így három (a Rákóczi-híd, a Lánchíd és az Árpád-híd) szerepel a kartogramon. Az utak megjelenítésére két réteget használtam. Az alsó rétegen az utak sötétszürke szegélye, a felső rétegen a halványsárga kitöltés szerepel. Így megakadályozható, hogy a nem pontosan illeszkedő töröttvonal-szakaszoknál az alsó szegély kitakarja a kitöltést.

A három kartogramon kívül egy negyedik ábrázolást is elkészítettem, amin a kartogramok közigazgatási határainak képét hasonlítottam össze. Ezen is jól látható az előzőekben megfogalmazott tapasztalat: az idő előrehaladtával a villamosközlekedés időterének képe megváltozik ugyan, de mérete nem csökken jelentősen.

Az elkészült ábrázolásokat egyenként exportáltam a Quantum GIS *Lap összeállítás kezelő* funkciójával. Ebben hoztam létre a mind a négy ábrázolásra vonatkozó közös jelkulcsot is. Ezt követően az ábrákat Adobe Photoshop segítségével szerkesztettem a dolgozatban szereplő elrendezésbe.



# 5. Összefoglalás

## 5.1. Tapasztalatok, a munka értékelése

A dolgozatban bemutatam az idő szerint torzított kartogramok módszerét, azok szakirodalmát, a létrehozásukat célzó algoritmusokat, majd egy konkrét algoritmus gyakorlati felhasználhatóságát a tömegközlekedési időterek ábrázolásán keresztül.

A téma kiválasztásakor meglepve tapasztaltam, hogy nem létezik széles körben elérhető, idő szerint torzított kartogramok létrehozására szolgáló szoftver. A szakirodalmat megismerve és a problémával való munkát befejezve az ezzel kapcsolatos véleményem megváltozott. Úgy vélem, hogy igazán szemléletes, a kívánt kapcsolatokat a legjobban bemutató idő szerint torzított kartogram nem minden adatsorból, algoritmussal és paraméterrel készíthető. Ennek fényében nem meglepő, hogy a témában többé-kevésbé rendszeresen megjelenő publikációk ellenére továbbra sem áll rendelkezésünkre olyan eszköz, amely lehetővé tenné az ilyen ábrázolások tömeges létrehozását.

A probléma nehézségének ismeretében, a munkára visszatekintve az is kevésbé meglepő, hogy az általam megvalósított algoritmussal és adatsorokkal is csak részeredményeket tudtam elérni: az ábrázolások bár matematikai értelemben véve a lehető legpontosabbak, azok szemléletessége sok esetben kétséges, nem magától értetődő. Emellett az ábrázolások értelmezéséhez mind az adatok, mind a használt eszközök tulajdonságainak, korlátainak ismerete szükséges.

A részleges siker ellenére ugyanakkor hasznos és maradandó tapasztalatnak tartom a téma terminológiai kérdéseivel, problémáival kapcsolatos megismerkedést, a munka közben megszerzett alkalmazott matematikai ismereteket, a használt eszközök behatóbb megismerését és a szakirodalom feldolgozása során megszerzett forráskritikai szemléletet.

## 5.2. További kutatási lehetőségek

A dolgozat keretein belül nem volt lehetőségem és erőforrásom a tárgyalásukra vagy megvalósításukra, de a témával kapcsolatban további kutatási lehetőségek lehetnek az alábbiak:

- Térképi tartalmak más algoritmussal való torzítása az inverz távolságarányos súlyozás helyett. – A kontrollpontokon kívüli térképi geometriák torzítása alapvetően befolyásolja a kialakuló ábrázolást. A céltól függően hasznos lehet más, a szakirodalomban bemutatott algoritmusok használata.
- Az ábrázolás topológiájának megőrzésére való törekvés. – (KAISER és WALSH, 2010) tanulmányukban szintén utalnak arra, hogy az MDS általuk használt kiterjesztése (irányszögek megőrzése) ugyan javít az ábrázolás értelmezhetőségén, de sok esetben így is topológiai torzulások lépnek föl. Amennyiben az időtérbeli távolságok lehető legpontosabb megőrzésével szemben az ábrázolás szemléletességét tekintjük elsődlegesnek, a topológia megőrzésére való törekvés ennek fontos eszköze lehet.
- A használt algoritmusok bonyolultságelméleti tulajdonságainak kutatása. – Hasznos lehet az algoritmus elemzése abból a szempontból, hogy erőforrásigénye (klasszikusan idő és tárigénye) hogyan függ a bementi adatok által megadott probléma méretétől és jellegétől.
- Animált, képernyőtérkép-szerű, idő szerint torzított kartogramok létrehozása – Az időbeli távolságok változásának szemléletes bemutatása lehetne, ha az időtér különböző időpontokra megszerkesztett kartogramjait és az ezek közti átmenetet animációszerűen, egyik állapotból a másikba való átmenettel ábrázolnánk.
- Az idő szerint torzított kartogramok használhatóságának, értelmezésének kutatása. A módszer további fejlődése szempontjából fontos lehet például (BALLASSA (2012))-es értekezésében leírtakhoz hasonló, az idő szerint torzított ábrázolások értelmezését, használatát felmérő kutatások elvégzése, hiszen a módszer hasznossága végeredményben így mérhető a legjobban.

## 5.3. Megjegyzés szoftverlicenccel kapcsolatban

A szakdolgozathoz kapcsolódó munka során általam készített szoftvert a GNU General Public Licenc<sup>1</sup> feltételei alatt nyílt forrású szoftverként elérhetővé teszem. A licenc egy példánya és a szoftverhez kapcsolódó minden dokumentáció és forráskód elérhető a szakdolgozathoz csatolt CD-lemezen, vagy letölthető a <https://github.com/brncsk/time-distance-maps-with-mds> címről.

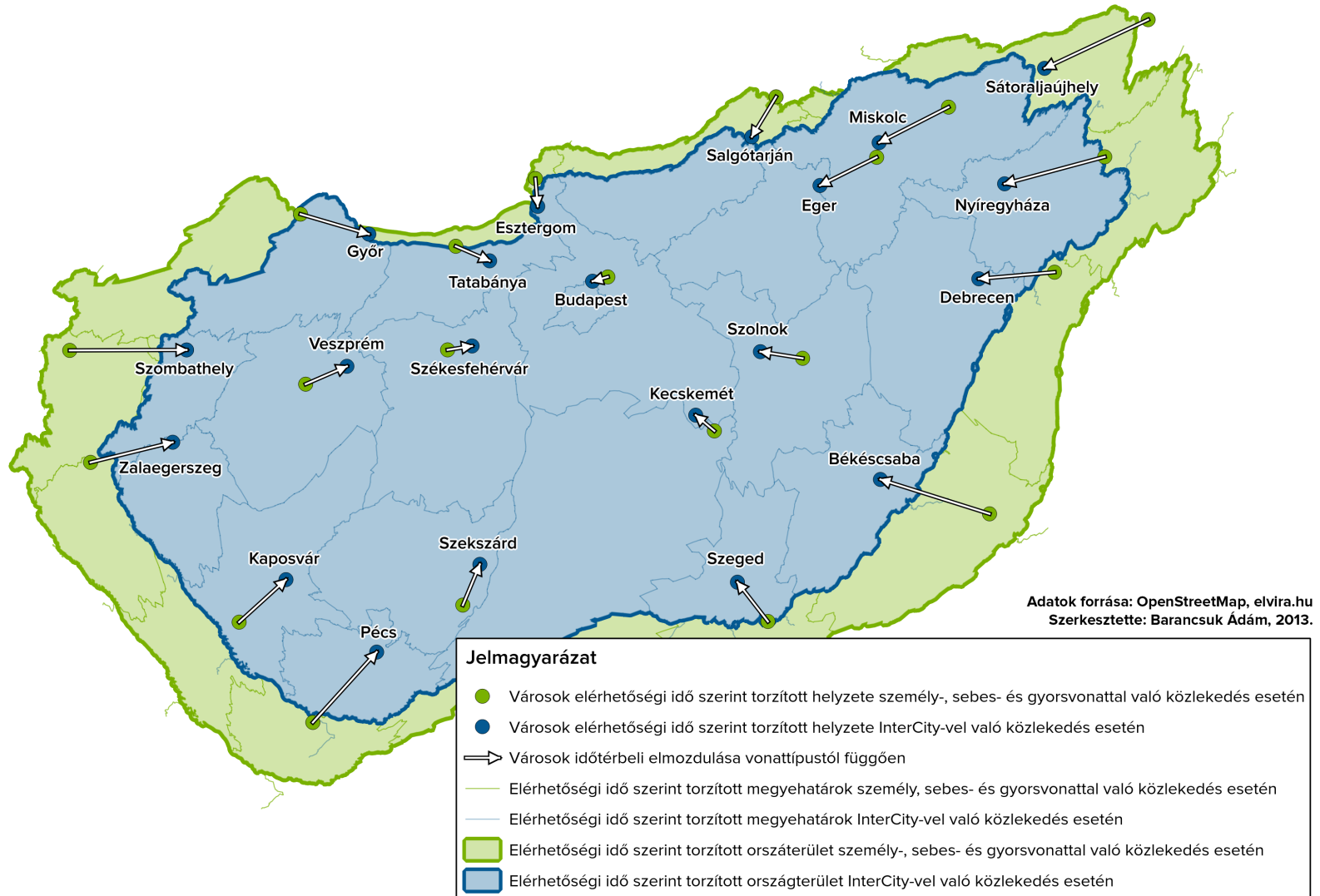
---

<sup>1</sup><http://gplv3.fsf.org/>

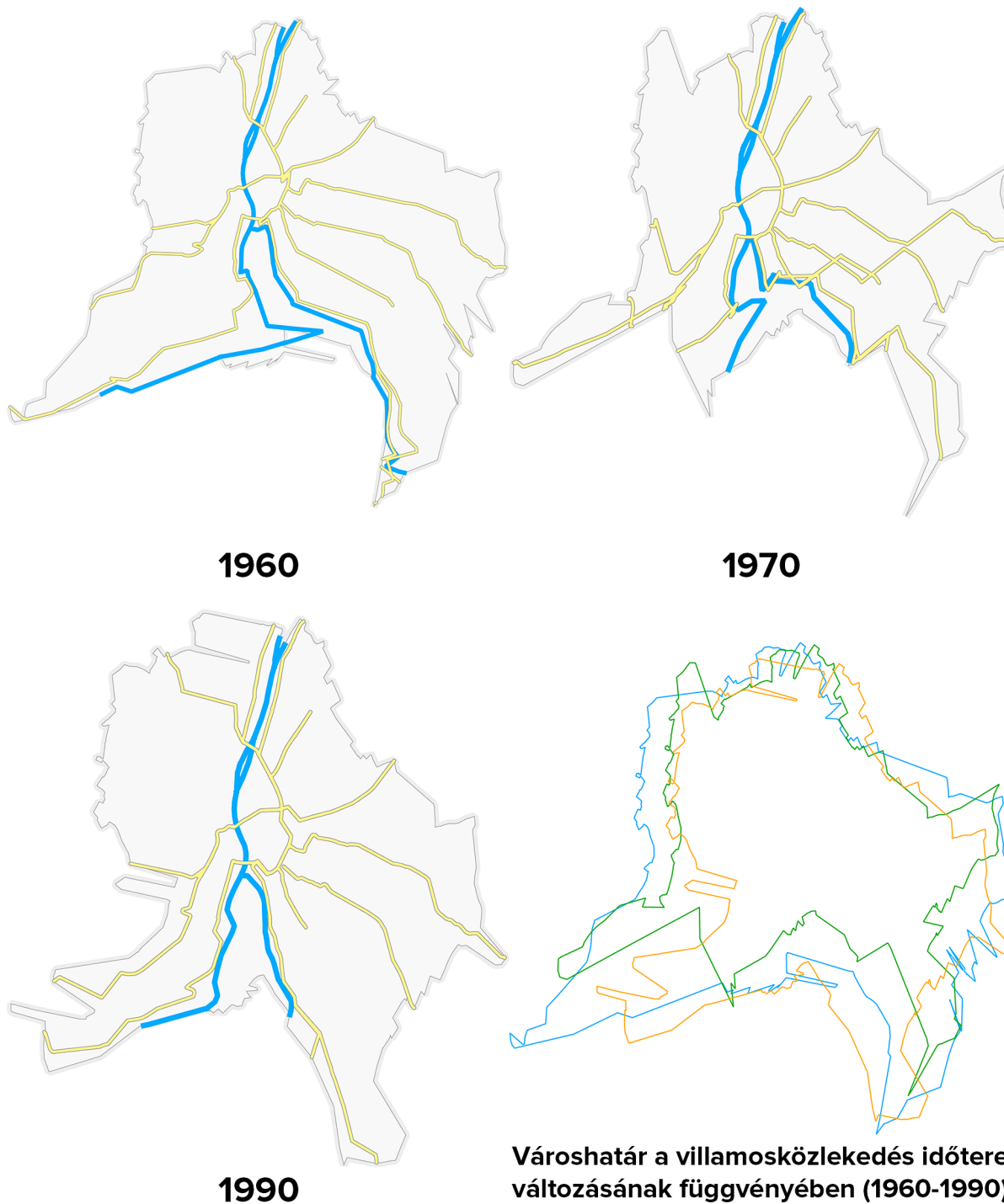
## A. Mellékletek

## Magyarországi városok vasúti elérhetősége idő szerint torzított kartogramon

49



A.1. ábra. Magyarországi városok vasúti elérhetősége idő szerint torzított kartogramon



### Jelmagyarázat

**A főváros ábrázolásain**

— Fontosabb közutak

— Duna

□ Településhatár

**Az áttekintő ábrázoláson**

□ Településhatár a villamosközlekedés 1990-es állapota szerinti időtérbe torzítva

□ Településhatár a villamosközlekedés 1970-es állapota szerinti időtérbe torzítva

□ Településhatár a villamosközlekedés 1960-as állapota szerinti időtérbe torzítva

**Adatok forrása: OpenStreetMap, Herczeg Balázs szakdolgozata, villamosok.hu  
Szerkesztette: Barancsik Ádám, 2013.**

A.2. ábra. Budapest a villamosközlekedés időtere szerint torzított kartogramokon

# Felhasznált irodalom

- Agarwal Arvind, Phillips Jeff M. Daumé Hal, Venkatasubramanian Iii Suresh (2010). “Incremental Multi-Dimensional Scaling”. In:
- Ahmed Nobbir, Miller Harvey J. (Jan. 2007). “Time–space transformations of geographic space for exploring, analyzing and visualizing transportation systems”. In: *Journal of Transport Geography* 15.1, pp. 2–17.
- Balassa Bettina (2012). “Időléptékes térképezés gyakorlati alkalmazásai”. PhD thesis. Pécsi Tudományegyetem.
- Barron Jonathan (2004). “Tree-Based Distance Cartograms for Navigation”. In:
- Bengio Yoshua, Paiement JF (2004). “Out-of-sample extensions for lle, isomap, mds, eigenmaps, and spectral clustering”. In: *Advances in neural ...* Pp. 1–10.
- Bunge William (1960). “Theoretical geography”. PhD thesis. University of Washington.
- Denain Jean-Charles, Langlois Patrice (1998). “Cartographie en anamorphose”. In: *Mappemonde* 49.1, pp. 16–19.
- Dougenik JA, Chrisman NR, Niemeyer DR (1985). “An Algorithm to Construct Continuous Area Cartograms”. In: 37.1, pp. 75–81.
- Dusek Tamás, Szalkai Gábor (2007). “Területi adatok ábrázolási lehetőségei speciális kartogramokkal”. In: *Területi statisztika* 47.1.
- Ewing G O, Wolfe R (1977). “Surface feature interpolation on two-dimensional time-space maps”. In: *Environment and Planning A* 9.4, pp. 429–437.
- Faragó Imre, Gercsák Gábor, Horváth Ildikó, Klinghammer István, Kovács Béla, Pápay Gyula, Szekerka József (2010). *Térképészet és geoinformatika I.* Ed. by Klinghammer István. ELTE Eötvös Kiadó.
- Herczeg Balázs (2012). *Budapest kötőtpályás tömegközlekedésének webtérképes bemutatása.*

- Hong Zixuan, Bian Fuling (Oct. 2008). “Time-space and cognition-space transformations for transportation network analysis based on multidimensional scaling and self-organizing map”. In: 7144.1973,
- Justo Sergio Cabello (2004). “Geometric Problems in Cartographic Networks”. PhD thesis. Universiteit Utrecht.
- Kaiser Christian, Walsh Fergal (2010). “User-centric time-distance representation of road networks”. In: *Geographic Information ...*
- Ketskemény László, Izsó Lajos (2005). *Bevezetés az SPSS programrendszerbe*. ELTE Eötvös Kiadó, Budapest.
- Klinghammer István, Papp-Váry Árpád (1983). *Földünk tükre a térkép*. Gondolat.
- Kruskal J.B. (1964). “Nonmetric multidimensional scaling: A numerical method”. In: *Psychometrika* 29.2, pp. 115–129.
- Marchand B (1973). “Deformation of a Transportation Surface”. In: *Annals of the Association of American ...*
- Münnich Ákos, Nagy Ágnes, Abari Kálmán (2006). *Többváltozós statisztika pszichológus hallgatók számára*. Bölcsész Konzorcium, Debrecen. URL: <http://psycho.unideb.hu/statisztika>.
- Papp-Váry Árpád (2007). *Térképtudomány*. Kossuth Kiadó.
- Pravda Jan (1977). “A torzított kartogram”. In: *Geodézia és Kartográfia* 29.4.
- Raisz Erwin (1934). “The rectangular statistical cartogram”. In: *Geographical Review* 24.2, pp. 292–296.
- (1938). *General cartography*. McGraw-Hill Book Company, inc.
- Reyes José Jesus (2009). *A torzított kartogram-térképek világa*. URL: <http://lazarus.elte.hu/hun/dolgozo/jesus/otka0810/cim.htm>.
- Shepard Roger N. (1962). “The analysis of proximities: Multidimensional scaling with an unknown distance function. II”. In: *Psychometrika* 27.3, pp. 219–246.
- Shimizu Eihan, Inoue Ryo (2003). “A generalized solution of time-space mapping”. In: *... of the 8th International Conference on ...* 1995, pp. 1–8.
- (Nov. 2009). “A new algorithm for distance cartogram construction”. In: *International Journal of Geographical Information Science* 23.11, pp. 1453–1470.
- Spiekermann K, Wegener M (1994). “The shrinking continent: new time - space maps of Europe”. In: *Environment and Planning B: Planning and Design* 21.6, pp. 653–673.

Tobler Waldo (1961). “Map transformations of geographic space”. PhD thesis. University of Washington.

— (2004). “Thirty five years of computer cartograms”. In: *Annals of the Association of American Geographers* 94.1, pp. 58–73.

Trosset Michael W. Priebe Carey E. (June 2008). “The out-of-sample problem for classical multidimensional scaling”. In: *Comput. Stat. Data Anal.* 52.10, pp. 4635–4642.

Wickelmaier Florian (2003). “An introduction to MDS”. In: *Reports from the Sound Quality Research Unit, Aalborg University*.



# Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom a témavezetőmnek, *José Jesús Reyes Nuñeznek* a dolgozattal kapcsolatos meglátásaiért és az irántam tanúsított türelméért. Köszönettel tartozom továbbá *Gercsák Gábornak* a témával kapcsolatos terminológiai kérdések tisztázásáért, *Horváth Ildikónak* és *Szalkai Gábornak* a szakirodalomhoz való hozzáférésben nyújtott segítségükért, *Irás Krisztinának* a dolgozat formai kérdéseivel kapcsolatos meglátásaiért és *Herczeg Balázsnak* a dolgozatban használt adatbázis biztosításáért.